

Geführte Wellen in fluidgekoppelten Platten

Daniel A. Kiefer Michael Ponschab Stefan J. Rupitsch

Lehrstuhl für Sensorik
Friedrich-Alexander-Universität Erlangen-Nürnberg (FAU)
91052 Erlangen

22.10.2019 – Doktorandenseminar 2019, Delbrück



FRIEDRICH-ALEXANDER
UNIVERSITÄT
ERLANGEN-NÜRNBERG
TECHNISCHE FAKULTÄT

Motivation: Wellen in dünnen Strukturen mit angrenzendem Fluid

vielfältige Anwendungen:

- ursprünglich in der Geophysik
- Medizintechnik
- Fluidcharakterisierung mit "Dipstick"
- Zerstörungsfreie Werkstoffprüfung:
 - hohe Reichweite geführter Wellen
 - luft- oder wassergekoppelte Anregung

- Durchflussmessung

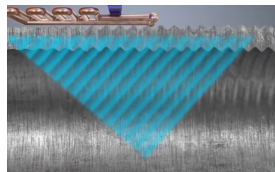


Abbildung: Welle in Rohrwand¹

Wie verhält sich die Wellenausbreitung in dünnen Strukturen mit angrenzendem Fluid?

¹ROSEN Group. ROSEN EMAT Flowmeter. 2018. URL: <http://flowmeter.rosen-group.com/>.

- 1 Motivation
- 2 Die freie Platte
- 3 Die fluidgekoppelte Platte
- 4 Modenstruktur
- 5 Energietransport
- 6 Zusammenfassung

Lambwellen: Geführte Wellen in einer freien Platte

- ideal-elastisches Material ohne Verluste
- Moden der Platte mit harmonischem, ebenen Wellenansatz: $\vec{u} = \vec{u}(y) e^{i(k_x x - \omega t)}$
- sind dispersiv:

Wellenzahl k_x ist nichtlinear abhängig von der Frequenz f :

$$k_x = k_x(f)$$

- Eigenwertproblem für $k_x(f)$

- Eigenfunktionen $\vec{u}(y)$: Modenform
 - in Abhängigkeit der Dickenkoordinate y
 - *orthogonal* zueinander (Normalmoden)

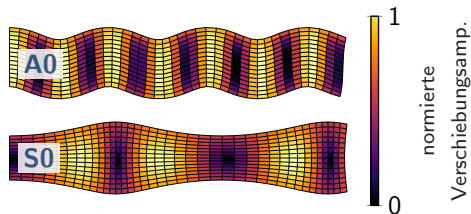
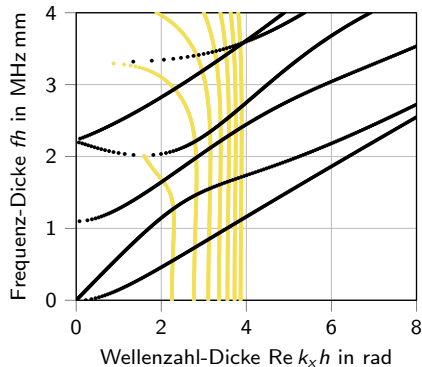


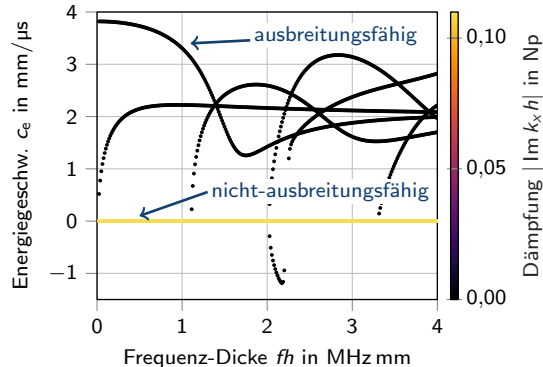
Abbildung: Ausbreitungsfähige Grundmoden.

A0: anti-symmetrische Mode. **S0**: symmetrische Mode.

Lambwellen – Dispersionskurven



(a) Wellenzahl-Spektrum einer Messingplatte mit freien Randbedingungen



(b) zugehörige Energieausbreitungsgeschwindigkeit der Moden

Die fluidgekoppelte Platte

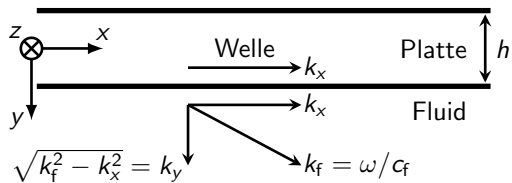


Abbildung: Geometrie

Bemerkungen:

- offene Domäne
→ Fluid nach unten ∞ ausgedehnt
- Energie kann Platte verlassen

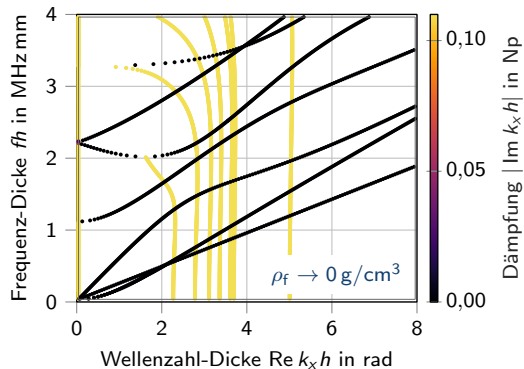
Moden dieses Systems

- Lösungsansatz: analog zu Lambwellen
→ harmonischer ebener Wellenansatz
→ nichtlineares Eigenwertproblem

Im Folgenden:

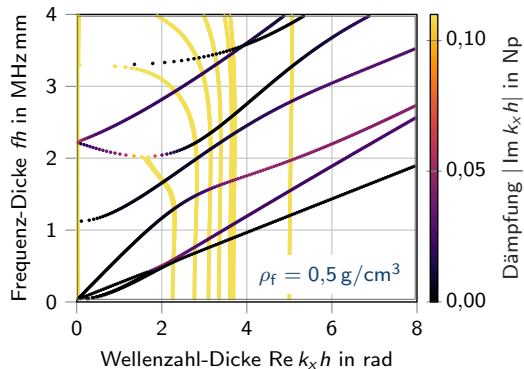
- nur *auslaufende* Wellen
- nur *Phasenausbreitung nach rechts*

Die fluidgekoppelte Platte – Dispersionskurven



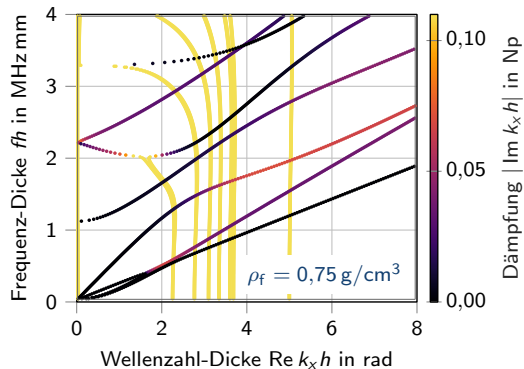
- Platte: Messing
 $c_l = 4470 \text{ m/s}$, $c_t = 2205 \text{ m/s}$,
 $\rho = 8,4 \text{ g/cm}^3$
- Fluid: variiert mit
 $c_f = 1480 \text{ m/s}$
 $\rho_f = 0 - 1 \text{ g/cm}^3$.

Die fluidgekoppelte Platte – Dispersionskurven



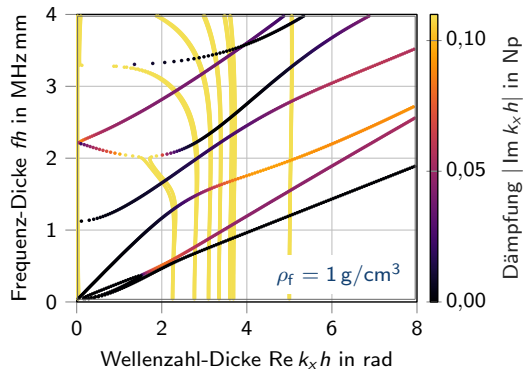
- Platte: Messing
 $c_l = 4470 \text{ m/s}$, $c_t = 2205 \text{ m/s}$,
 $\rho = 8,4 \text{ g/cm}^3$
- Fluid: variiert mit
 $c_f = 1480 \text{ m/s}$
 $\rho_f = 0 - 1 \text{ g/cm}^3$.

Die fluidgekoppelte Platte – Dispersionskurven



- Platte: Messing
 $c_l = 4470 \text{ m/s}$, $c_t = 2205 \text{ m/s}$,
 $\rho = 8,4 \text{ g/cm}^3$
- Fluid: variiert mit
 $c_f = 1480 \text{ m/s}$
 $\rho_f = 0 - 1 \text{ g/cm}^3$.

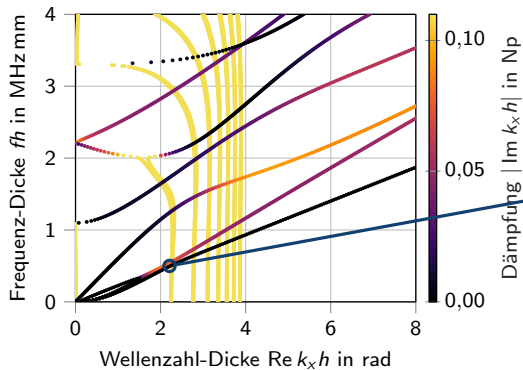
Die fluidgekoppelte Platte – Dispersionskurven



- Platte: Messing
 $c_l = 4470 \text{ m/s}$, $c_t = 2205 \text{ m/s}$,
 $\rho = 8,4 \text{ g/cm}^3$
- Fluid: variiert mit
 $c_f = 1480 \text{ m/s}$
 $\rho_f = 0 - 1 \text{ g/cm}^3$.

Die Quasi-Scholte-Welle

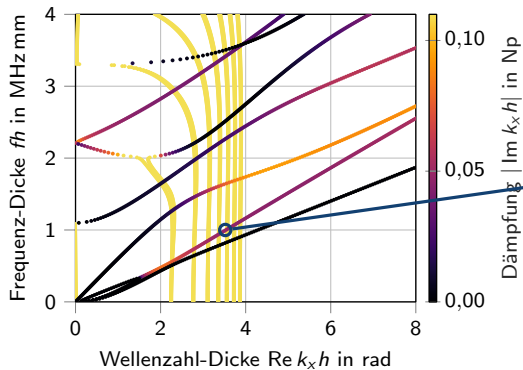
Ausbreitungsfähige Wellen in der fluidgekoppelten Platte



- ungedämpfte Ausbreitung in x -Richtung
- einzige Mode die Energie ins Fernfeld transportiert
- beschränkt auf Umgebung zur Platte

Die Quasi-Lambwellen

Abstrahlende Wellen in der fluidgekoppelten Platte

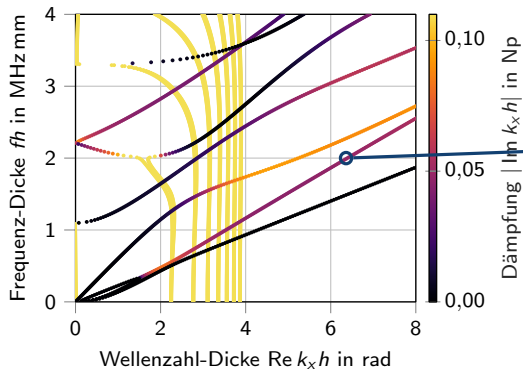


A0'

- Abstrahlung in das Fluid
- gedämpft entlang der Platte (entsprechend Energiefluss)

Die Quasi-Lambwellen

Abstrahlende Wellen in der fluidgekoppelten Platte

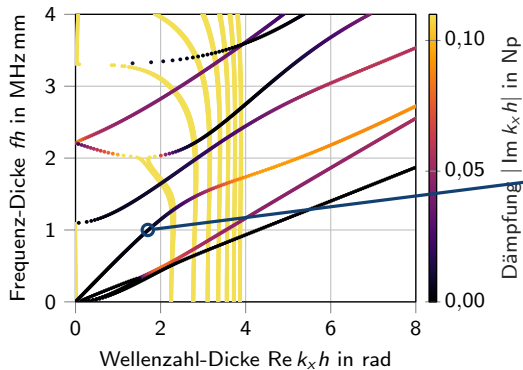


- Abstrahlung in das Fluid
- gedämpft entlang der Platte (entsprechend Energiefluss)

A0'

Die Quasi-Lambwellen

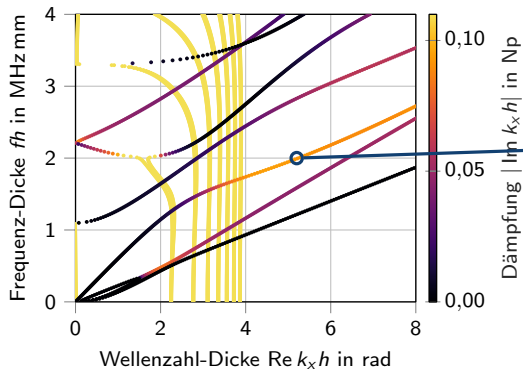
Abstrahlende Wellen in der fluidgekoppelten Platte



- Abstrahlung in das Fluid
- gedämpft entlang der Platte (entsprechend Energiefluss)

Die Quasi-Lambwellen

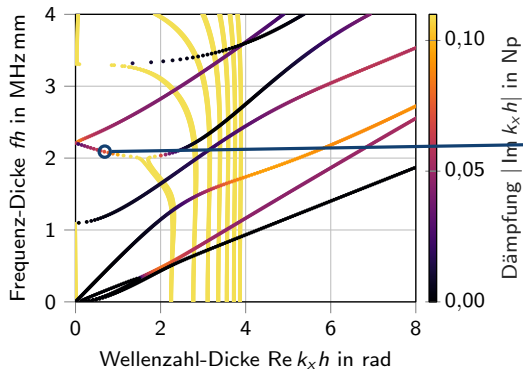
Abstrahlende Wellen in der fluidgekoppelten Platte



- Abstrahlung in das Fluid
- gedämpft entlang der Platte (entsprechend Energiefluss)

Die Quasi-Lambwellen

Abstrahlende Wellen in der fluidgekoppelten Platte

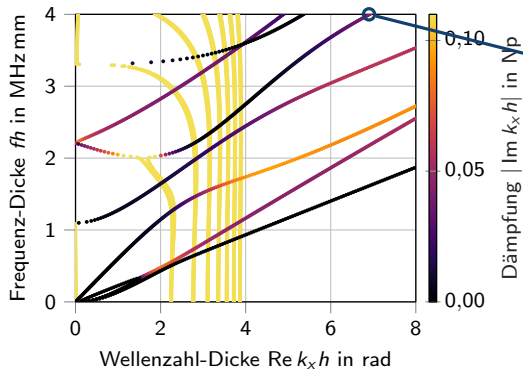


S1b'

- Abstrahlung in das Fluid
- gedämpft entlang der Platte (entsprechend Energiefluss)

Die Quasi-Lambwellen

Abstrahlende Wellen in der fluidgekoppelten Platte

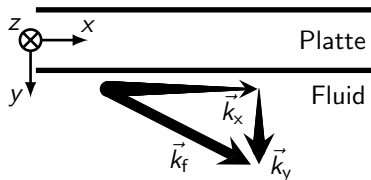


S1'

- Abstrahlung in das Fluid
- gedämpft entlang der Platte (entsprechend Energiefluss)

Modenstruktur abstrahlender Lambwellen: S_0' bei 2 MHz mm

- verlustloses Material
 - entlang \vec{k}_f : konstante Amplitude
- Amplitude im Fluid:
 - Abnahme nach rechts: $\text{Im } k_x > 0$
 - Zunahme nach unten: $\text{Im } k_y < 0$
 - Immer der Fall für **abstrahlende Vorwärts-Moden!**
nicht aber für die Rückwärts-Moden (z.B., S_{1b}')²



²M. Mazzotti u. a. "A coupled SAFE-2.5D BEM approach for the dispersion analysis of damped leaky guided waves in embedded waveguides of arbitrary cross-section". In: *Ultrasonics* 53.7 (Sep. 2013), S. 1227–1241.

Inhomogene ebene Wellen

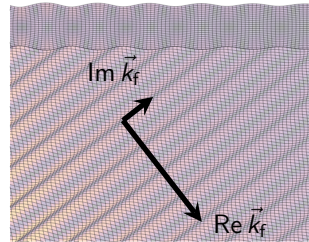
- *nichtdissipatives* Fluid:

$$\vec{k}_f \cdot \vec{k}_f = \frac{\omega^2}{c_f^2} \in \mathbb{R}$$

Dies fordert

$$\operatorname{Re} \vec{k}_f \cdot \operatorname{Im} \vec{k}_f = 0$$

- also:
 - $\operatorname{Im} \vec{k}_f = 0$: **homogene ebene Welle**, oder
 - $\operatorname{Re} \vec{k}_f \perp \operatorname{Im} \vec{k}_f$: **inhomogene ebene Welle**
 - quergedämpft



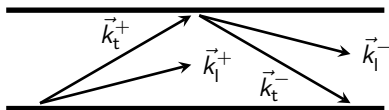
Inhomogene ebene Wellen

entstehen natürlicherweise durch Abstrahlung geführter Wellen.³

³N. F. Declercq u. a. "The history and properties of ultrasonic inhomogeneous waves". In: *IEEE Transactions on Ultrasonics, Ferroelectrics, and Frequency Control* 52.5 (Mai 2005), S. 776–791.

Partialwellenzerlegung

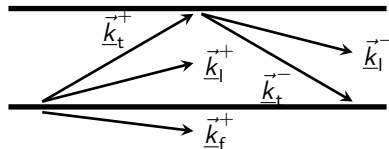
- freie Platte:



(a) Lambwelle

- Überlagerung von vier **ebenen Wellen**
- Fouriertransformation

- fluidgekoppelte Platte:



(b) Lamb-Leknerwelle.

Unterstrich: komplexwertige Variable

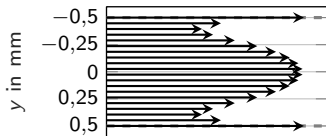
- Überlagerung von fünf **inhomogenen ebenen Wellen**
- Laplace-Transformation⁴

Generell: unterschiedliches physikalisches Verhalten!

⁴Nico F. Declercq, Joris Degrieck und Oswald Leroy. "The Laplace transform to describe bounded inhomogeneous waves". In: *The Journal of the Acoustical Society of America* 116.1 (Juli 2004), S. 51–60.

Leistungsflussdichte: Poynting Vektoren

freie Platte: S0, 2 MHz mm



Wasser-belastet: S0', 2 MHz mm

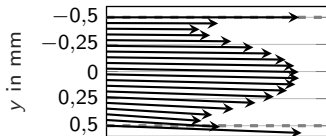


Abbildung: Poynting-Vektoren

Energietransport entlang der Platte:

1 Leistungsfluss (x -Komponente):

$$\rightarrow \bar{P}_x = \int_{-h/2}^{h/2} \text{Re} \vec{I} \cdot \vec{e}_x dy$$

2 gespeicherte Energie:

$$\begin{aligned} \rightarrow \bar{E} &= \bar{E}_{\text{kin}} + \bar{E}_{\text{pot}} \\ &= 2\bar{E}_{\text{kin}} \quad (\text{nur freie Platte}) \end{aligned}$$

3 Energiegeschwindigkeit:⁵

$$\rightarrow c_e = \bar{P}_x / \bar{E}$$

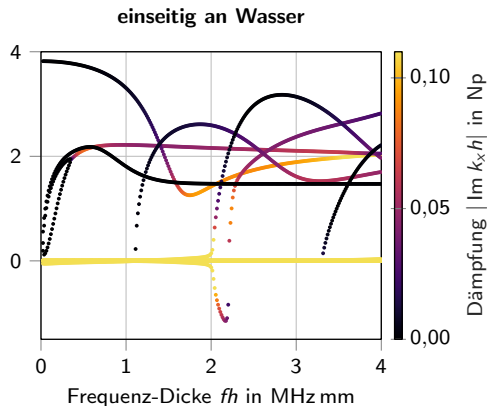
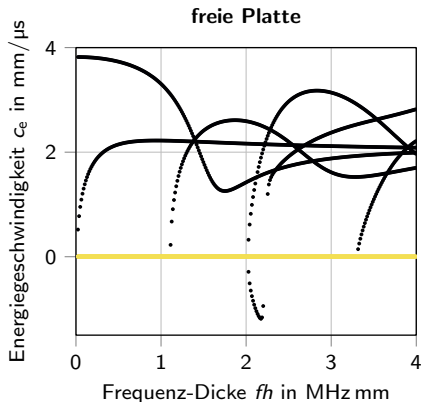
fluidgekoppelte Platte

- keine Äquipartition von Energie
- Integrationsgrenzen auch $[-h/2, h/2]$?⁶

⁶A. Bernard, M. J. S. Lowe und M. Deschamps. "Guided waves energy velocity in absorbing and non-absorbing plates". In: *The Journal of the Acoustical Society of America* 110.1 (Juli 2001), S. 186–196.

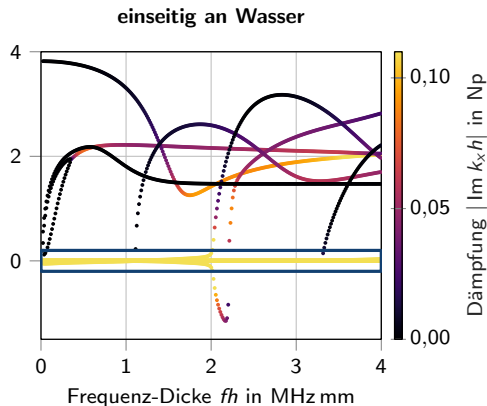
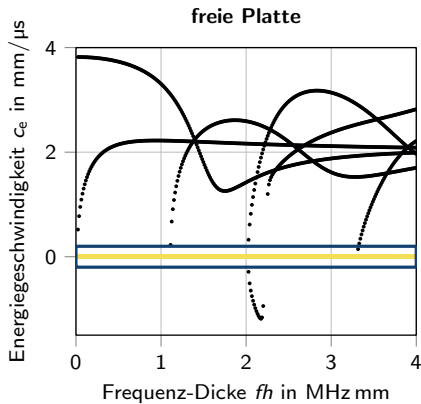
⁶I. A. Nedospasov, V. G. Mozhaev und I. E. Kuznetsova. "Unusual energy properties of leaky backward Lamb waves in a submerged plate". In: *Ultrasonics* 77 (Mai 2017), S. 95–99.

Dispersionsdiagramm: Energiegeschwindigkeit



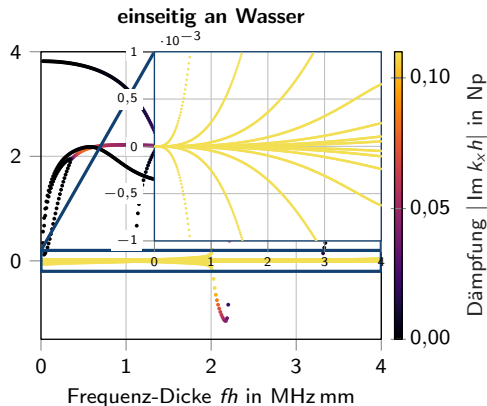
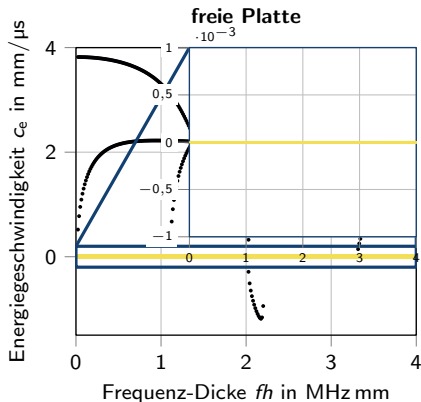
Durch Fluidbelastung werden Nahfeld-Moden ausbreitungsfähig.

Dispersionsdiagramm: Energiegeschwindigkeit



Durch Fluidbelastung werden Nahfeld-Moden ausbreitungsfähig.

Dispersionsdiagramm: Energiegeschwindigkeit



Durch Fluidbelastung werden Nahfeld-Moden ausbreitungsfähig.

- Wir haben die Eigenschaften der harmonischen Wellenausbreitung in **fluidgekoppelten Platten** diskutiert.
- relevante Unterschiede zur freien Platte
 - zusätzliche Mode(n)
 - enge Verbindung zu inhomogenen ebenen Wellen
 - Vermischung von ausbreitenden und nicht-ausbreitenden Moden
 - offenes System erschwert die Analyse, z. B., keine *Normalmoden-Theorie*
- Verhältnis von Massendichte der Platte zu der des Fluids bestimmt maßgeblich das Dispersionsspektrum.
- interessante Anwendungen in der Sensorik möglich

Danke für Eure Aufmerksamkeit!



PMMA-Platte an Wasser

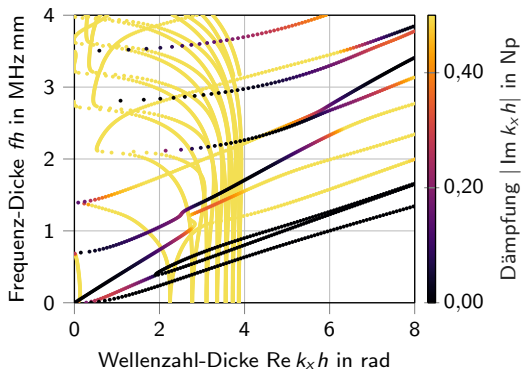
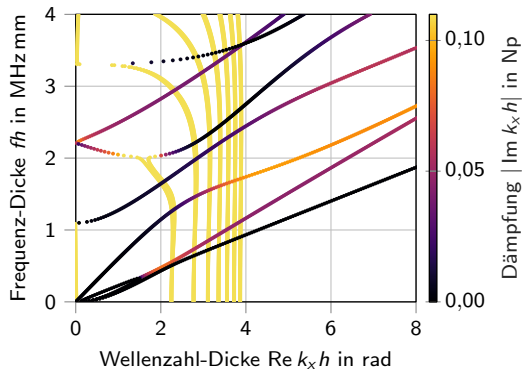


Abbildung: Dispersionsdiagramm einer Plexiglasplatte einseitig angrenzend an Wasser⁷

⁷K. Van de Rostyne u. a. "Experimental investigation of leaky Lamb modes by an optically induced grating". In: *IEEE Transactions on Ultrasonics, Ferroelectrics, and Frequency Control* 49.9 (Sep. 2002), S. 1245–1253.

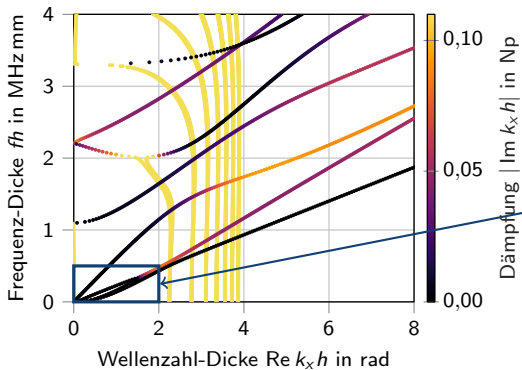
“Real-valued Loops”

nicht-physikalische Lösungen?



“Real-valued Loops”

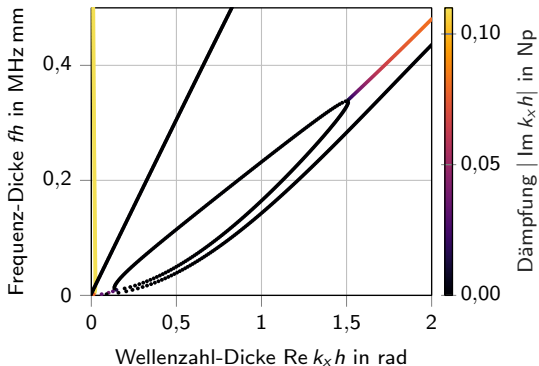
nicht-physikalische Lösungen?



Was passiert hier?

“Real-valued Loops”

nicht-physikalische Lösungen?



- “Aufspalten” der A_0' -Mode und wieder “zusammenschmelzen”
- reelle Wellenzahlen: nicht gedämpft
- sind Lösungen des Eigenwertproblems
- aber evtl. keine physikalische Bedeutung
→ zumindest unbekannt⁸

⁸A. L. Shuvalov, O. Poncelet und M. Deschamps. “Analysis of the dispersion spectrum of fluid-loaded anisotropic plates: flexural-type branches and real-valued loops”. In: *Journal of Sound and Vibration* 290.3 (März 2006), S. 1175–1201.

Für Wellen mit **reellen** Wellenvektoren

sind Gruppengeschwindigkeit (c_g) und Energiegeschwindigkeit (c_e) gleich.

- kinematische Betrachtung

- $c_g = \frac{\partial \omega}{\partial k_x}$

+ aus Dispersionskurven ablesbar

- Differentiation

- Was wenn k_x komplex?

- dynamische Betrachtung

- $c_e = \frac{\bar{P}_x}{\bar{E}}$

- nicht aus Dispersionskurven ablesbar

+ Integration

+ auch für komplexe k_x

Sie können sich jedoch für gedämpfte Wellen unterscheiden.