

MASTERARBEIT

UNTERSUCHUNG VON CODIERTEN ANSTEUERSIGNALEN HINSICHTLICH DER AXIALEN AUFLÖSUNG IN DER ULTRASCHALLBASIERTEN BILDGEBUNG

ausgeführt zur Erlangung des akademischen Grades
Master of Science

am

Lehrstuhl für Sensorik
Friedrich-Alexander-Universität Erlangen-Nürnberg

von

Daniel A. Kiefer
Isarstraße 2
91052 Erlangen

Betreuer:
M. Sc. Michael Fink
Dr. techn. Stefan J. Rupitsch

Erlangen, im April 2016.

Erklärung

Ich versichere, dass ich die Arbeit ohne fremde Hilfe und ohne Benutzung anderer als der angegebenen Quellen angefertigt habe und dass die Arbeit in gleicher oder ähnlicher Form noch keiner anderen Prüfungsbehörde vorgelegen hat und von dieser als Teil einer Prüfungsleistung angenommen wurde. Alle Ausführungen, die wörtlich oder sinngemäß übernommen wurden, sind als solche gekennzeichnet.

Erlangen, 23. April 2016

Daniel A. Kiefer

*Gewidmet meinen Eltern,
die mein Studium ermöglicht und
mich stets unterstützt haben.*

*In dankbarem Gedenken
an einen besten Freund.*

Kurzzusammenfassung

In einer beschallten homogenen Materialschicht entstehen Mehrfachreflexionen. Deren Laufzeitmessung ermöglicht das simultane Bestimmen der Schichtdicke und der Schallgeschwindigkeit. Mit axialer Auflösung wird die minimal detektierbare Laufzeitdifferenz bezeichnet. Codierte Ansteuersignale werden klassischerweise eingesetzt um das Signal-Rausch-Verhältnis zu erhöhen, können aber auch dazu dienen die axiale Auflösung des Systems zu verbessern. Dies geschieht durch frequenzabhängiges Verstärken des Ansteuersignals vor dem Senden. Mit einer solchen Konditionierung des Ansteuersignals können dünnere Platten vermessen werden. Es ist stets ein Kompromiss zwischen Signal-Rausch-Verhältnis und axialer Auflösung einzugehen.

Codierte Ansteuersignale besitzen eine lange zeitliche Ausdehnung. Deshalb erfordern sie zur Laufzeitmessung eine Pulscompression. Die axiale Auflösung des Systems hängt wesentlich vom eingesetzten Pulscompressionsfilter ab. Allerdings müssen gleichzeitig die dabei entstehenden Nebenkeulen klein genug sein um die Hauptkeulen der überlagerten Mehrfachreflexionen nicht zu verzerren. Deshalb ist ein Kompromiss zwischen axialer Auflösung und Nebenkeulenpegel erforderlich.

In der vorliegenden Arbeit wird die Messstrecke zunächst systemtheoretisch beschrieben. Anschließend werden mögliche Ansteuersignale diskutiert und deren Konditionierung zur Erhöhung der axialen Auflösung. Verschiedene Pulscompressionsfilter werden hinsichtlich axialer Auflösung und Nebenkeulenpegel untersucht. Zuletzt werden die Messergebnisse vorgestellt. Als Ansteuersignal dient ein konditioniertes, linear frequenzmoduliertes Signal. Die Ergebnisse der zwei geeignetsten Empfangsfilter werden gegenübergestellt. Diese sind ein selbst entworfenes Wiener-Filter mit Fensterung und ein Mismatched-Filter.

Abstract

Ultrasound transmission through a homogeneous plate produces multiple reflections. Plate thickness and speed of sound can be determined simultaneously by time-of-flight measurement of these delayed echoes. Coded excitation signals are traditionally used to increase signal-to-noise ratio but can also serve to increase the system's axial resolution which denotes the minimal detectable delay. This is accomplished by frequency dependent amplification of the excitation signal before transmit. This conditioning of the excitation signal allows for measurement of thinner plates. There is, however, a trade-off between axial resolution and signal-to-noise ratio.

Coded excitation signals inherently have a long duration. Therefore pulse compression is required for time-of-flight measurements. Axial resolution highly depends on the used compression filter, but side lobes introduced by the pulse compression process also need to be small enough not to distort the main lobes of adjacent echoes. Hence, a trade-off between axial resolution and side-lobe-level of the compression filter is necessary.

This thesis first describes the measurement system from a system-theoretic point of view. Subsequently, coded excitation signals are discussed, as well as their conditioning to increase axial resolution. Various compression filters are assessed for axial resolution and side-lobe-level. Finally, measurement results are presented. The excitation signal used is a conditioned linear frequency modulated signal. The results of the two most suited receiving filters are compared. These are a newly designed windowed Wiener filter and a mismatched filter with Chebyshev window.

Inhaltsverzeichnis

1	Motivation und Ziel der Ultraschall-Dickenmessung	1
2	Messprinzip: Gleichzeitige Messung von Dicke und Schallgeschwindigkeit	3
3	Grundlagen und Modelle	6
3.1	Geometrische Akustik	6
3.2	Reflexion und Transmission an einer Grenzschicht	7
3.3	Dreischichten-Problem: Modell im Frequenzbereich	9
3.3.1	Resonanzen des Dreischichten-Problems	12
3.4	Mehrfachreflexionen: Modell im Zeitbereich	12
3.5	Zusammenhang zwischen Impulsantwort und Übertragungsfunktion	16
3.6	Ultraschallwandler	18
3.7	Axiale Auflösung eines bildgebenden Systems	20
3.7.1	Axiale Auflösung und Dickenmessung	21
4	Ansteuersignale	23
4.1	Signale im bildgebenden System	23
4.2	Anforderung an die Bandbreite	24
4.3	Anforderung an die Signalenergie	25
4.4	Pulse	27
4.5	Einleitung zu Pulscompressionsverfahren	28
4.6	Codierte Ansteuersignale	29
4.6.1	Chirpsignale	29
4.6.2	Optimale Bandbreite von Chirpsignalen	33
4.6.3	Konditionierung von codierten Ansteuersignalen zur Erhöhung der axialen Auflösung	34
4.6.4	Überlagerung von Chirpsignalen	40
4.6.5	Phasenmodulierte Ansteuersignale	42
5	Signalverarbeitung	46
5.1	Pulscompression	46
5.1.1	Korrelationsfilter	47
5.1.2	Mismatched-Filter	53
5.1.3	Generalisiertes signalangepasstes Filter	56
5.1.4	Inverses-Filter	56
5.1.5	Wiener-Filter	57

5.1.6	L1-Norm Entfaltung	58
5.1.7	Fraktionale Fouriertransformation	59
5.1.8	MUSIC-Algorithmus (SCM)	60
5.2	Parametrisches Modell	60
5.3	Inverses Verfahren	64
6	Messaufbau und Messergebnisse	68
6.1	Messaufbau	68
6.1.1	Referenzmessung	69
6.1.2	Plattenhalterung	70
6.2	Messergebnisse	70
6.2.1	Punktbildfunktion unterschiedlicher Ansteuersignale	71
6.2.2	Punktbildfunktion unterschiedlicher Empfangsfilter	72
6.2.3	Bildgebendes Signal einer Platte	75
6.2.4	Bestimmung der Messgröße	77
7	Zusammenfassung und Ausblick	81
7.1	Zusammenfassung	81
7.2	Ausblick	82
	Literaturverzeichnis	83
	Abbildungsverzeichnis	87
	Anlagen	91

Verwendete Formelzeichen

Operationen - Abbildungen - Konstanten

$\bullet * \bullet$	Faltungsprodukt
$ \bullet $	Betrag (L_2 -Norm)
$\mathcal{H}\{\bullet\}$	Hilbert-Transformation
$j = \sqrt{-1}$	Imaginäre Einheit
π	Kreiszahl
\mathbb{N}	Menge der natürlichen Zahlen
\mathbb{R}	Menge der reellen Zahlen
\mathbb{C}	Menge der komplexen Zahlen
$e(\bullet), \exp(\bullet)$	natürliche Exponentialfunktion
$\delta(\bullet)$	Dirac-Stoß, Dirac-Puls
$\text{III}(\bullet)$	Dirac-Pulsfolge
$\text{rect}(\bullet)$	Rechteckfunktion
$\text{sinc}(\bullet)$	$\sin(\bullet)/\bullet$ -Funktion

Kennzeichnung

$i, n, k \in \mathbb{N}$	Laufindizes
\bullet_T	des Wandlers
\bullet_w	in Wasser
\bullet_c	des konditionierten Signals

Bezeichnungen

Symbol	Einheit	Beschreibung
t	s	Zeit
τ	s	Zeitverschiebung
x	m	Ort
u	1/m	Ortsfrequenz
f	Hz	Frequenz
$\omega = 2\pi f$	1/s	Kreisfrequenz
λ	m	Wellenlänge
$k = 2\pi/\lambda$	1/m	Wellenzahl
$v(t)$	m/s	Schallschnelle
$p(t)$	Pa	Schalldruck (Wechselanteil)
$P(x)$	Pa	Phasor des Schalldruckes (Wechselanteil)
c	m/s	Schallgeschwindigkeit
ρ	kg/m ³	Massendichte

$Z = \rho c$	N s/m ³	Schallkennimpedanz
r_{wp}	1	Reflexionskoeffizient zwischen Medium „w“ und „p“
q_{wp}	1	Transmissionskoeffizient zwischen Medium „w“ und „p“
L	m	Abstand zwischen Sender und Empfänger
d	m	Dicke der zu vermessenden Platte
d_{\min}	m	minimal messbare Dicke
t_i	s	Laufzeit der Mehrfachreflexionen e_i
$T = t_1 - t_0 = \frac{2d}{c}$	s	Zeitverzögerung zwischen den Mehrfachreflexionen
$h(t)$		Impulsantwort
$H(f)$		Übertragungsfunktion
$n(t)$	V	weißes Rauschen
$s(t) = \text{Re } \psi(t)$	V	Ansteuerungssignal (Sendesignal)
$g(t)$	V	Interrogationssignal
$e(t)$	V	Empfangssignal am Ausgang des Empfangswandlers
$e_i(t)$	V	einzelnes Echo (Reflexion) der Platte
E_i	1	Amplitudenfaktor des Echos e_i
$\psi(t) \circ \bullet \Psi(f)$	V	Signal in komplexer Notation
$\mu(t) \circ \bullet M(f)$	V	komplexe Amplitudenmodulationsfunktion
$a(t)$	V	Amplitudenmodulationsfunktion
$\varphi(t)$	1	Phasenmodulationsfunktion
f_0	Hz	Trägerfrequenz
B	Hz	Bandbreite eines Signals
D	s	Zeitdauer eines Signals
f_M	Hz	Mittenfrequenz
$\omega_M = 2\pi f_M$	1/s	Mittenkreisfrequenz
Ω	Hz/s	Chirprate
f_i	Hz	Momentanfrequenz
ω_s	1/s	Schwebungskreisfrequenz
T_s	s	Schwebungsperiode
E_\bullet	W s	Energie des Signals \bullet
S_\bullet	W	Momentanleistung des Signals \bullet
N	W	momentane Rauschleistung
N_0	W/Hz	mittlere Rauschleistungsdichte
$\varphi_{ss}(\tau)$	V ² s	Autokorrelierte von $s(t)$
$\varphi_{sg}(\tau)$	V ² s	Kreuzkorrelierte von $s(t)$ und $g(t)$
$\Phi_{ss}(f) = S(f) ^2$	V ² s ²	Energiedichtespektrum von $s(t)$
η	1	Energieeffizienz
P_{\max}		Hauptmaximum
N_{\max}		Nebenmaximum
$k(t) \circ \bullet K(f)$		Pulskompressionsfilter

$c(t)$		komprimiertes Empfangssignal
$\mathcal{C}(\tau)$		bildgebendes Signal
$\Delta x = c\Delta t$	m	axiale Auflösung
Δt	s	axiale Auflösung als Laufzeitunterschied
$w(t)$	1	Fensterfunktion
$W(f)$	1	Fensterfunktion im Frequenzbereich
θ	rad	Winkel
$X_\alpha(t_\alpha)$	V s	Fraktionale Fourier-Transformation (FrFT)
t_α	1/s	fraktionale Zeit
$K_\alpha(t_\alpha, t)$	1	Kern der FrFT
α	1	Ordnung der Fraktionalen Fourier-Transformation
$\tilde{H}(f)$		rationale Übertragungsfunktion
\mathcal{P}		Padé-Approximation
$F_{\text{env}}(t)$	V	Abweichung zweier Signale
$\overline{F}_{\text{env}}$	V	quadratischer Mittelwert des Fehlers
X	m	Blendenöffnung bzw. Wandlerdurchmesser

1 Motivation und Ziel der Ultraschall-Dickenmessung

Wird eine Platte mit Ultraschall beschallt, so können aus dem transmittierten oder reflektierten Signal Rückschlüsse auf dessen geometrische und mechanische Eigenschaften getroffen werden. Beispielsweise kann so die Dicke bestimmt werden. Dies beruht auf der Tatsache, dass an den zwei Grenzen zwischen den drei Materialsichten der Schall mehrfach reflektiert wird.

Für die Messung von Schichtdicken mittels Ultraschall gibt es mehrere Anwendungsgebiete. So könnte es in der Fertigung für die kontinuierliche Prüfung von Walzprodukten eingesetzt werden. In der zerstörungsfreien Werkstoffprüfung könnte ein solches Verfahren nützlich sein um Beschichtungen, wie beispielsweise Lackierungen, zu charakterisieren [1]. Im Bereich der Medizintechnik wird vorgeschlagen, Zahnärzten die Messung der Zahnschmelzdicke für diagnostische Zwecke zu ermöglichen [2].

Im Gegensatz zu gängigen mechanischen Verfahren, wie Messschieber und Messschraube, kann bei der Ultraschall-Dickenmessung *kontaktlos* gemessen werden. Lediglich ein Medium zur Kopplung wird benötigt. Dies kann beispielsweise Wasser oder Luft sein. Schallwellen sind prinzipiell in jedem Material ausbreitungsfähig. Im Gegensatz zu elektrischen oder elektromagnetischen Verfahren, die gewisse Materialeigenschaften voraussetzen, ist die Messung mittels Ultraschall deshalb *weitestgehend unabhängig vom Material* des Prüflings. Mittels Reflexionsmessungen kann sogar die Dicke von Schichten vermessen werden die nur *einseitig zugänglich* sind. Da das Verfahren auf einer Laufzeitmessung beruht, ist es vorteilhaft, dass sich Schallwellen deutlich langsamer ausbreiten als elektromagnetische Wellen.

In der zerstörungsfreien Werkstoffprüfung ist es häufig wichtig die Schallgeschwindigkeit im Prüfling zu kennen [3]. Mit den in dieser Arbeit untersuchten und vorgeschlagenen Verfahren kann die *Dicke des Prüflings und die Schallgeschwindigkeit simultan* mit nur einer Messung bestimmt werden. Prinzipiell könnte auch die Dichte des Materials aus dieser Messung ermittelt werden, womit alle akustischen Materialparameter, außer der Dämpfung, bekannt wären.

Klassischerweise werden zur Laufzeitmessung Pulse als Ansteuersignal verwendet. Der Puls muss dabei kürzer als die Laufzeit sein um den gesendeten Puls klar vom empfangenen trennen zu können. Da ein Puls in der Praxis aufgrund der geringen Zeitdauer wenig Energie enthält, ist das Signal-Rausch-Verhältnis (SNR) schlecht. Statt eines Pulses kann ein kontinuierliches, *codiertes Signal* verwendet werden. Dieses kann selbst bei zeitlicher Überlappung mit Echos durch eine geeignete Signalverarbeitung zu einem kurzen Puls komprimiert werden. Dadurch können trotz der langen Sendezeit akkurate Aussagen über die Laufzeit der Signale getroffen werden und gleichzeitig das Signal-Rausch-Verhältnis

erhöht werden.

Codierte Ansteuersignale erhöhen nicht nur die Eindringtiefe des akustischen Signals [4], sondern machen die luftgekoppelte, zerstörungsfreie Werkstoffprüfung erst sinnvoll einsetzbar [5]. Bei dieser wird aufgrund der schlechten Impedanzanpassung nur ein geringer Teil der gesendeten akustischen Energie in den Prüfling eingekoppelt, womit das Signal-Rausch-Verhältnis des empfangenen Signals besonders gering ist. Des Weiteren kann mit codierten Ansteuersignalen die Bandbreite der Ultraschallwandler besser ausgenutzt werden [6, 7], was zu einer besseren Auflösung für die Dickenmessung führt.

Ziel dieser Arbeit ist es die Auflösung der ultraschallbasierten Dickenmessung zu erhöhen. Die Eignung von codierten Ansteuersignalen für diesen Zweck wird untersucht. Der Schwerpunkt liegt dabei auf den sogenannten Chirp-Signalen die in der Ultraschallbildgebung bereits gute Einsatzfähigkeit zeigten [4]. Außerdem werden verschiedene Verfahren der Signalverarbeitung verglichen, insbesondere hinsichtlich ihres Auflösungsvermögens. Die Ergebnisse sind weitestgehend direkt auf die klassischen bildgebenden Verfahren anwendbar, da diese auch überwiegend auf Laufzeitmessungen beruhen.

2 Messprinzip: Gleichzeitige Messung von Dicke und Schallgeschwindigkeit

Eine Platte unbekanntem Materials soll mittels Ultraschall kontaktlos vermessen werden. Das Ziel ist es, sowohl die Dicke d als auch die Schallgeschwindigkeit c in der Platte mit nur einer Messung zu erfassen. Hierzu soll im Transmissionsmodus gemessen werden. Wie in Abb. 2.1 zu sehen, besteht die Messeinrichtung aus einem Wasserbecken mit einem eingetauchten Ultraschallsender auf der einen Seite und einem Empfänger auf der anderen. Zwischen den Wandlern wird die zu vermessende Platte eingetaucht.

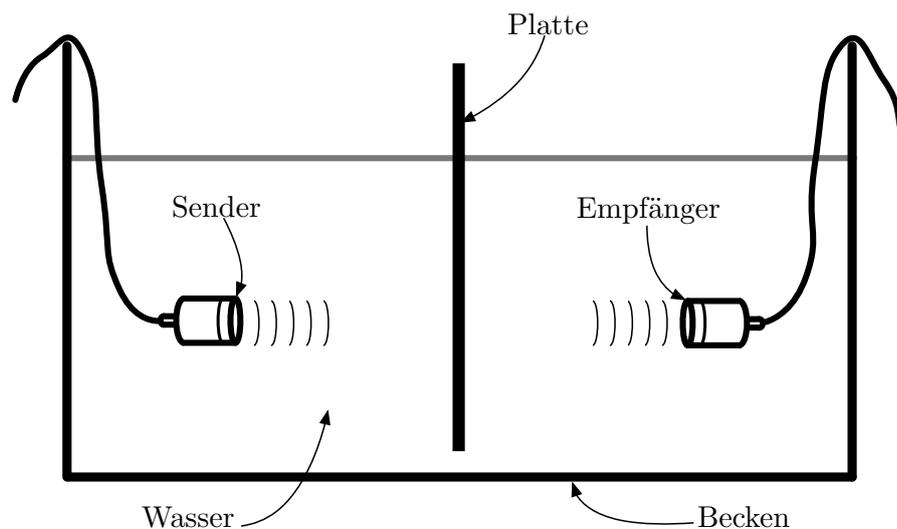


Abbildung 2.1: Messaufbau zur Messung der Plattendicke d und der Schallgeschwindigkeit c in der Platte mittels Ultraschall.

Das Wasser welches auch ein beliebiges anderes Medium sein könnte, ermöglicht im Vergleich zu Luft eine bessere Einkopplung des Ultraschalls in die feste Platte. Wie in Abschnitt 3.2 näher erläutert, wird an jeder Grenzfläche ein gewisser Anteil der einfallenden Schallwelle g reflektiert und ein anderer transmittiert. Aus diesem Grund entstehen in der Platte *Mehrfachreflexionen*. Das heißt, die Welle läuft zum Teil mehrfach in der Platte hin und her. Dies ist für die ersten zwei Echos e_1 in Abb. 2.2 zu sehen. Am Empfän-

ger überlagern sich diese zeitverzögerten und gedämpften Mehrfachreflexionen zu dem Empfangssignal e .

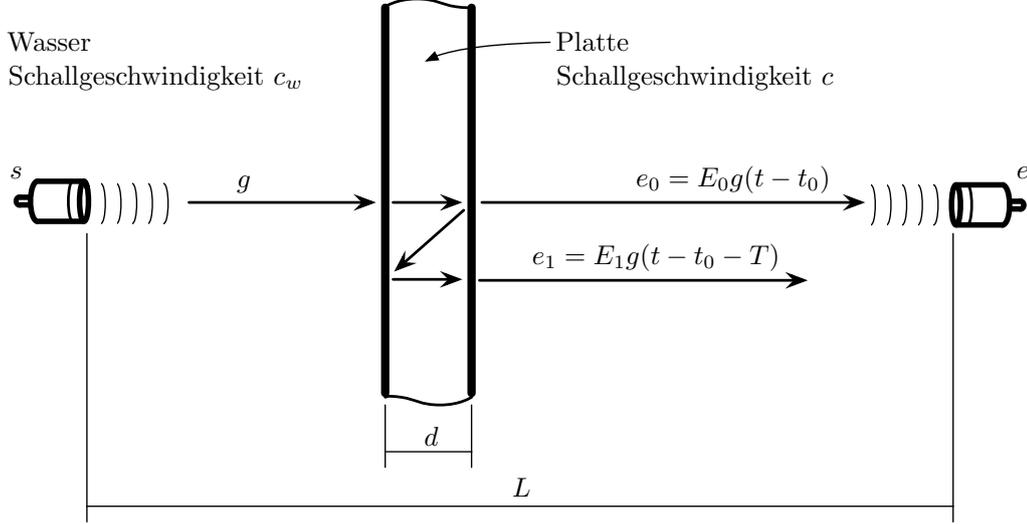


Abbildung 2.2: Messprinzip mit Mehrfachreflexionen e_1 . Zur Darstellung wurden diese nach unten hin verschoben, dies ist im tatsächlichen Aufbau nicht der Fall. Nur die relevanten Schallstrahlen sind eingezeichnet.

Der Abstand L zwischen Sender und Empfänger sowie die Schallgeschwindigkeit c_w im Wasser werden als bekannt vorausgesetzt. Für die Laufzeiten der Signale lassen sich hiermit einfache kinematische Zusammenhänge aufstellen. Die Laufzeiten t_i der einzelnen Echos, die Verzögerung zwischen den Echos T und die Laufzeit t_w für eine Signalübertragung im Wasser ohne Platte lauten [3]

$$t_0 = \frac{L-d}{c_w} + \frac{d}{c} \quad t_1 = \frac{L-d}{c_w} + \frac{3d}{c} \quad (2.1)$$

$$T = t_1 - t_0 = \frac{2d}{c} \quad t_w = \frac{L}{c_w} \quad (2.2)$$

Durch Umformen erhält man zwei Gleichungen für die zwei Messgrößen d und c in Abhängigkeit von den Signallaufzeiten und der Schallgeschwindigkeit c_w in Wasser:

$$d = c_w \left(t_w - t_0 + \frac{T}{2} \right) \quad (2.3)$$

$$c = c_w \left(1 + 2 \frac{t_w - t_0}{T} \right) \quad (2.4)$$

t_w kann durch eine einmalige Referenzmessung ohne Platte zwischen den Wandlern bestimmt werden. t_0 und T sind die zwei Laufzeiten, die zu messen sind um auf die Zielgrößen, die Dicke d und die Schallgeschwindigkeit c , schließen zu können.

Eine möglichst genaue Messung dieser Laufzeiten ist erforderlich um eine entsprechende Genauigkeit für d und c zu erzielen. Beide Informationen sind im Empfangssignal e enthalten, welches die Überlagerung aller Einzelechos e_i ist. Deshalb sind geeignete Ansteuersignale sowie gegebenenfalls eine passende Signalverarbeitung nötig um diese Informationen zu extrahieren. Zunächst werden jedoch im folgenden Kapitel die relevanten physikalischen Grundlagen und Modelle besprochen.

3 Grundlagen und Modelle

In diesem Kapitel soll eine mathematische Beschreibung für den akustischen Übertragungskanal „Medium-Prüfling-Medium“ zwischen dem Sende- und Empfangswandler aufgestellt werden, sowie ein Modell für den piezoelektrischen Wandler vorgestellt werden.

3.1 Geometrische Akustik

Die *geometrische Akustik* [8, S. 55ff] beschreibt Schall mit *Schallstrahlen*, ein Modell das die Ausbreitungsrichtung von begrenzten, ebenen Wellen darstellt. Eine solche Vereinfachung ist gültig wenn die Blendenöffnung X wesentlich größer ist als die Wellenlänge λ , also $X \gg \lambda$. Dies ist in Abb. 3.1 verdeutlicht. Ein Schallstrahl wird in dieser Arbeit vereinfachend als Pfeil dargestellt.

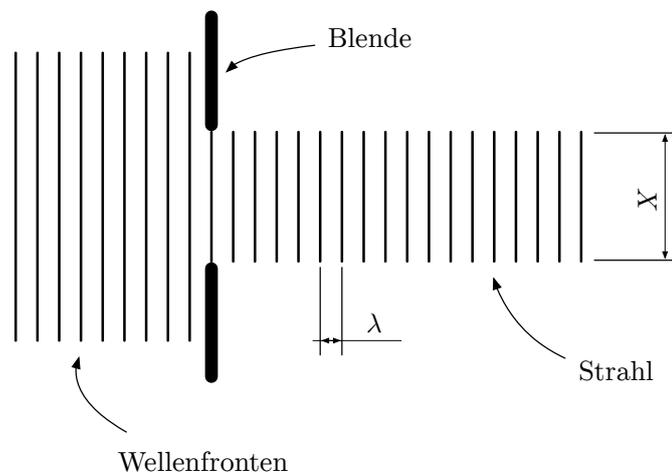


Abbildung 3.1: Schallstrahl

Da die verwendeten Ultraschallwandler als vibrierende Scheibe mit einem wesentlich größeren Durchmesser X gegenüber der Wellenlänge λ angesehen werden können, strahlen diese sehr gerichtet ab [8, S. 403]. Somit kann der Schall den sie erzeugen im *Fernfeld* näherungsweise als Schallstrahl beschrieben werden. Betrachte hierzu Abb. 3.2.

Alle Betrachtungen dieses Kapitels basieren auf dem Konzept des Schallstrahls. Aufgrund der Ultraschallwandler die zum Einsatz kommen sollen und der verwendeten Materialien ist dies möglich.

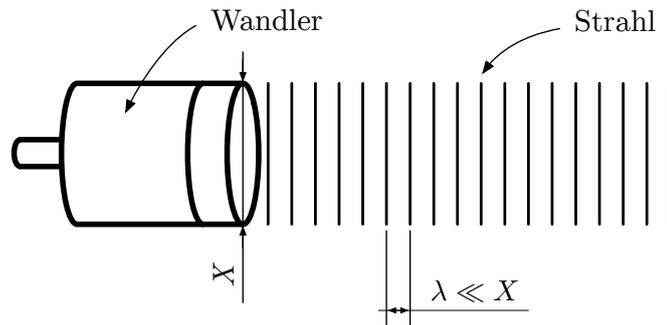


Abbildung 3.2: Ist der Wandlerdurchmesser X wesentlich größer als die Wellenlänge λ , so strahlt der Wandler stark gerichtet ab. Das Schallfeld kann dann als Schallstrahl approximiert werden.

3.2 Reflexion und Transmission an einer Grenzschicht

Nachfolgend sollen Reflexion und Transmission einer ebenen Welle bei senkrechtem Einfall auf eine Grenzschicht betrachtet werden. Wie in Abb. 3.3 zu sehen, werden zwei einseitig begrenzte Medien mit Schallkennimpedanzen Z_1 und Z_2 betrachtet die aneinandergrenzen. Die Grenzfläche zwischen den beiden Medien befindet sich an der Stelle $x = 0$. Um an dieser Stelle Druckwellen beliebiger Wellenform zuzulassen, sollen die Schallkennimpedanzen rein reell sein [9, S. 109]. Dämpfung wird also zunächst nicht berücksichtigt. Diese könnte jedoch bei Annahme von harmonischen Wellen (stationärer Zustand) einbezogen werden indem die Schallkennimpedanzen komplex angesetzt werden.

Die auftretenden Druckwellen werden mit $p_e(t - x/c_1)$, $p_r(t + x/c_1)$ und $p_t(t, -x/c_2)$ bezeichnet. Ein Teil der Energie der einfallenden Welle $p_e(t - x/c_1)$ wird an der Grenzfläche reflektiert, dies sei die in negative x -Richtung laufende Welle $p_r(t + x/c_1)$. Ein weiterer

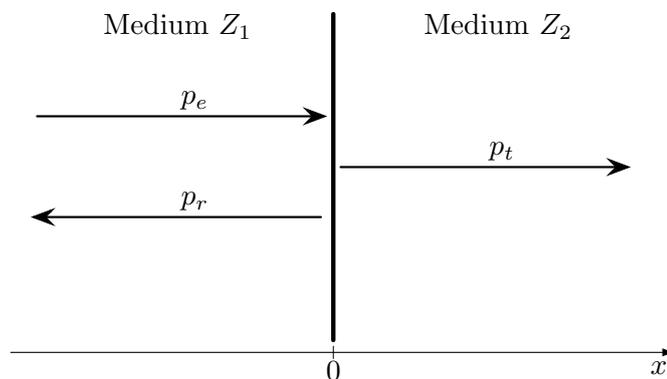


Abbildung 3.3: Reflexion und Transmission eines Schallstrahls an einer Grenzschicht

Teil hingegen wird in das Medium Z_2 transmittiert, dies sei die Welle $p_t(t, -x/c_2)$. Die drei Drucksignale an der Grenzschicht $x = 0$ sind rein zeitabhängig: $p_e(t)$, $p_r(t)$ und $p_t(t)$. Im Weiteren wird der Einfachheit halber das Argument für diese weggelassen.

Der *Reflexionsfaktor* r bezeichnet das Verhältnis des reflektierten zum einfallenden Schalldruck an der Stelle $x = 0$

$$r = \frac{p_r}{p_e} . \quad (3.1)$$

Der *Transmissionsfaktor* q ist entsprechend das Verhältnis des transmittierten zum einfallenden Schalldruck

$$q = \frac{p_t}{p_e} . \quad (3.2)$$

Der Druck an der Grenzfläche ist stetig, da diese sonst aufgrund ihrer Masselosigkeit eine unbeschränkte Beschleunigung erfahren würde [9, S. 108ff]

$$\begin{aligned} p_e + p_r &= p_t \\ \Rightarrow \quad 1 + r &= q . \end{aligned} \quad (3.3)$$

Außerdem ist die Normalkomponente der Teilchengeschwindigkeit an der Grenzfläche stetig. Wird des Weiteren beachtet, dass die Schallkennimpedanz für die rücklaufende Welle p_r negativ ist, so ergibt sich hierfür

$$\begin{aligned} v_e + v_r &= v_t \\ \Rightarrow \quad \frac{p_e}{Z_1} - \frac{p_r}{Z_1} &= \frac{p_t}{Z_2} \\ \Rightarrow \quad 1 - r &= \frac{Z_1}{Z_2} q . \end{aligned} \quad (3.4)$$

Aus den beiden Gln. (3.3 - 3.4) ergibt sich der *Reflexionsfaktor* r und der *Transmissionsfaktor* q in Abhängigkeit der Schallkennimpedanzen [9, S. 110]

$$r = \frac{Z_2 - Z_1}{Z_2 + Z_1} \quad (3.5)$$

$$q = \frac{2Z_2}{Z_2 + Z_1} . \quad (3.6)$$

Diese Gleichungen gelten in dieser Form auch für verlustbehaftete Medien, bei denen die Impedanz Z_i komplex ist [9, S. 130ff]. In diesem Fall ist im Allgemeinen der Reflexionsfaktor und der Transmissionsfaktor auch komplex und geben das Verhältnis von komplexer Amplitude der reflektierten bzw. transmittierten Welle zu komplexer Amplitude der einfallenden Welle an.

Die Ergebnisse dieses Abschnitts sind hilfreich bei der Herleitung von Modellen für das Übertragungsverhalten einer Platte in Wasser. Dies wird in den nächsten beiden Abschnitten besprochen.

3.3 Dreischichten-Problem: Modell im Frequenzbereich

Bisher wurde die Reflexion und Transmission an einer Grenzfläche zwischen zwei unendlich ausgedehnten Medien betrachtet. Das in Abb. 3.4 skizzierte *Dreischichten-Problem* beschreibt den Schalldurchgang durch eine Schicht eines Mediums Z_2 mit endlicher Dicke d , die an die unendlich ausgedehnten Medien Z_1 und Z_3 angrenzt. Bei einem solchen Aufbau können in der endlichen Schicht stehende Wellen auftreten und *Nachhall* (*Reverberation*) aufgrund von *Mehrfachreflexionen* erzeugen.

Die endliche Schicht Z_2 soll die zu vermessende Platte darstellen, während die Schichten Z_1 und Z_2 die angrenzenden Medien repräsentieren. Das Dreischichten-Problem betrachtet drei Fluidschichten, was für die Platte prinzipiell nicht zutreffend ist. Wenn die akustische Welle im Wasser auf die Plattenoberfläche auftrifft, erzeugt sie in dieser eine *mechanische Welle*, auch Körperschall genannt. Auf der anderen Seite der Platte strahlt diese wieder eine akustische Welle in das Medium ab. In einem Festkörper können sich im Gegensatz zu Fluiden auch *Transversalwellen* ausbilden. Wenn jedoch in der Platte hauptsächlich Longitudinalwellen entstehen, dann kann die Platte auch als Fluid modelliert werden und das Dreischichten-Problem beschreibt den Aufbau korrekt. Hierzu werden die Ultraschallwandler so ausgerichtet, dass die ebenen Schallwellen *senkrecht auf die Oberfläche* der Platte auftreffen. Dadurch müssen etwaige Effekte, wie beispielsweise der *Koinzidenzeffekt* [9, S. 203], nicht berücksichtigt werden.

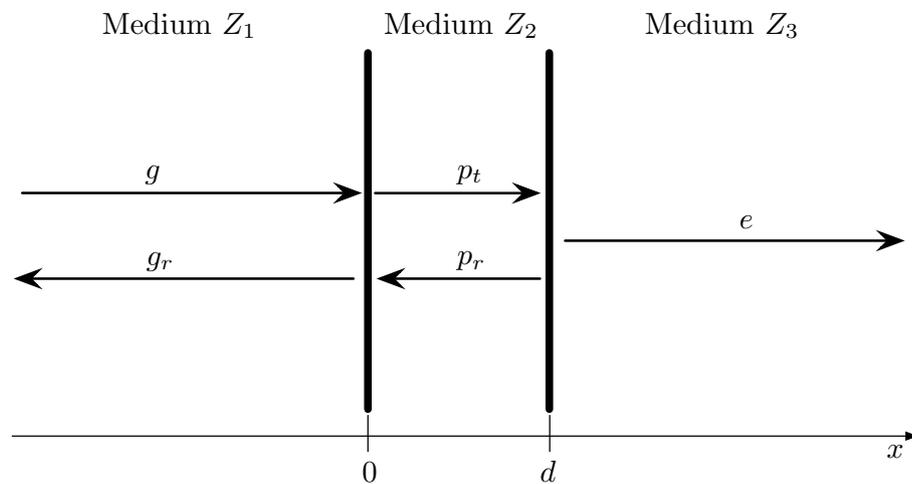


Abbildung 3.4: Reflexion und Transmission des Dreischichten-Problems

In diesem Abschnitt soll die Herleitung für den Transmissionsfaktor des Dreischichten-Problems nach Blackstock [9, S. 163ff] wiederholt werden. Hierzu wird ein zeitharmonischer Ansatz für die Wellenlösung gewählt: $p_i(t, x) = P_i(x)e^{j\omega t}$. Nach Fouriertheorie stellt dies in der Praxis keine Einschränkung der Allgemeinheit dar. Die Ansätze für den Schalldruck in den drei Schichten ergeben sich aus der Überlagerung einer hinlaufenden

und einer rücklaufenden Welle mit den Amplituden A_i und B_i

$$P_1(x) = A_1 e^{-jk_1 x} + B_1 e^{jk_1 x} , \quad (3.7)$$

$$P_2(x) = A_2 e^{-jk_2 x} + B_2 e^{jk_2 x} , \quad (3.8)$$

$$P_3(x) = A_3 e^{-jk_3(x-d)} . \quad (3.9)$$

Dabei wurde der x -Nullpunkt für P_3 nach $x = d$ verschoben. Die Koeffizienten k_i werden als *Wellenzahl* bezeichnet und für sie gilt

$$k_i = \frac{\omega}{c_i} = \frac{2\pi}{\lambda_i} , \quad (3.10)$$

mit der Kreisfrequenz $\omega = 2\pi f$, der Frequenz f und der Wellenlänge λ_i im Medium Z_i . Der Zusammenhang zwischen Druck p_i und Teilchengeschwindigkeit v_i ist durch die Kennimpedanz Z_{vi} gegeben. Dabei ist zu berücksichtigen, dass eine in positive x -Richtung laufende Welle eine Impedanz $Z_{vi} = Z_i$ wahrnimmt, während eine in negative Richtung laufende Welle die Impedanz $Z_{vi} = -Z_i$ „spürt“. Stetigkeit des Druckes p_i und der Teilchengeschwindigkeit $v_i = p_i/Z_{vi}$ an der ersten Grenzfläche zwischen Medium 1 und 2 führt zu folgenden Bedingungen für das Wellenfeld

$$A_1 + B_1 = A_2 + B_2 , \quad (3.11)$$

$$A_1 - B_1 = \frac{Z_1}{Z_2} (A_2 - B_2) . \quad (3.12)$$

Die entsprechenden Bedingungen für die zweite Grenzfläche zwischen den Medien 2 und 3 lauten

$$A_2 e^{-jk_2 d} + B_2 e^{jk_2 d} = A_3 , \quad (3.13)$$

$$A_2 e^{-jk_2 d} - B_2 e^{jk_2 d} = \frac{Z_2}{Z_3} A_3 . \quad (3.14)$$

Aus den Gln. (3.11 - 3.14) erhält man den *Transmissionsfaktor* $q = A_3/A_1$ [9, S. 164]

$$\begin{aligned} q &= \frac{4}{(1 + Z_2/Z_3 + Z_1/Z_2 + Z_1/Z_3)e^{jk_2 d} + (1 - Z_2/Z_3 - Z_1/Z_2 + Z_1/Z_3)e^{-jk_2 d}} \\ &= \frac{2}{(1 + Z_1/Z_3) \cos(k_2 d) + j(Z_2/Z_3 + Z_1/Z_2) \sin(k_2 d)} . \end{aligned} \quad (3.15)$$

Für den Spezialfall zweier *gleicher angrenzender Medien* 1 und 3, vereinfacht sich der Transmissionsfaktor mit $Z_w := Z_1 = Z_3$ und $Z := Z_2$ zu

$$q = \frac{4}{(2 + Z/Z_w + Z_w/Z)e^{jk_2 d} + (2 - Z/Z_w - Z_w/Z)e^{-jk_2 d}} \quad (3.16)$$

$$= \frac{2}{2 \cos(k_2 d) + j(Z/Z_w + Z_w/Z) \sin(k_2 d)} . \quad (3.17)$$

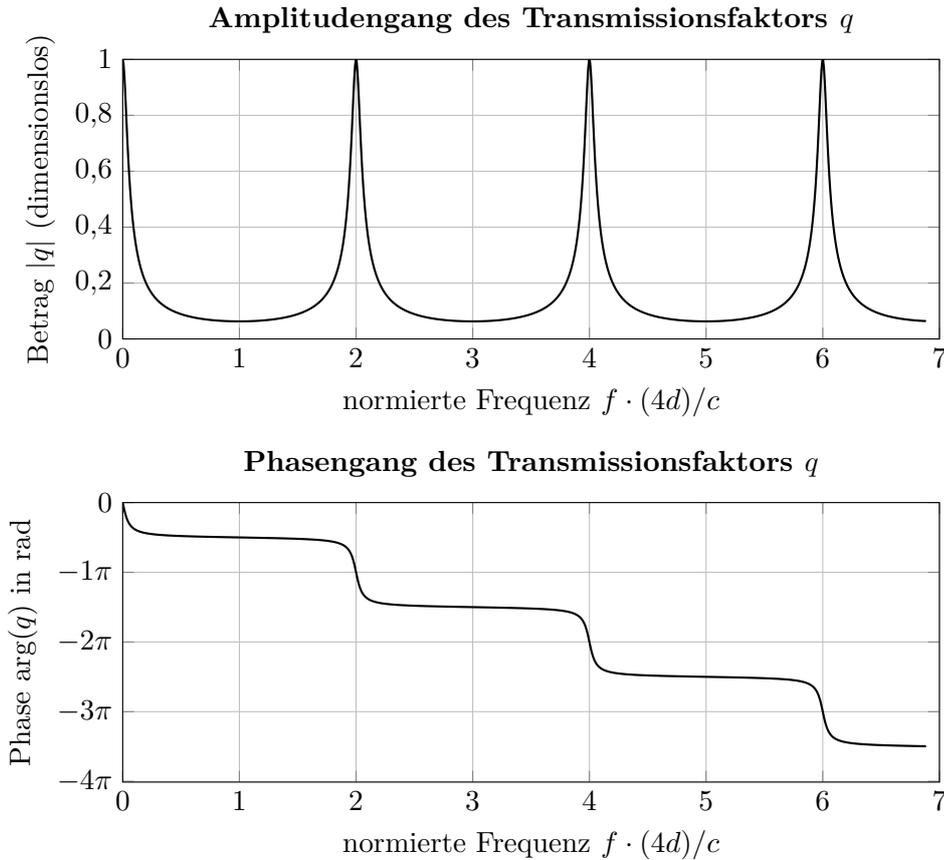


Abbildung 3.5: Bodediagramm des Transmissionsfaktors für eine Stahlplatte in Wasser.

Der Transmissionsfaktor stellt gleichzeitig auch die Übertragungsfunktion der Platte dar. Das Bodediagramm für eine Stahlplatte in Wasser nach Gl. (3.17) ist in Abb. 3.5 zu sehen.

Handelt es sich bei der endlichen Schicht um eine *harte Wand* die an Luft oder Flüssigkeit angrenzt, so gilt $Z \gg Z_w$. Der Transmissionsfaktor wird dann näherungsweise zu

$$q \approx \frac{2}{2 \cos(k_2 d) + j(Z/Z_w) \sin(k_2 d)} = \frac{2Z_w}{2Z_w \cos(k_2 d) + jZ \sin(k_2 d)}. \quad (3.18)$$

Eine weitere Vereinfachung lässt sich machen wenn die Wand sehr *dünn* oder die Frequenz gering ist, so dass $k_2 d \ll 1$ gilt. Dann wird $\sin(k_2 d) \approx k_2 d$ und $\cos(k_2 d) \approx 1$ und es ergibt sich das sogenannte *Massengesetz* für Schallmauern [8, S. 244ff][9, S. 167]

$$q \approx \frac{2Z_w}{2Z_w + j(k_2 d)Z} = \frac{1}{1 + j\omega m/(2Z_w)}, \quad (3.19)$$

da $Zk_2 d = \rho_2 c_2 \omega d / c_2 = \omega \rho_2 d$, mit $m = \rho_2 d$ als Massendichte pro Fläche der Wand. Für eine solche Wand lässt sich also ein typisches Tiefpassverhalten bezüglich der Schalltransmission feststellen.

3.3.1 Resonanzen des Dreischichten-Problems

Im Transmissionsmodus treten zwei Resonanzen auf, die im Folgenden für den Fall zweier gleicher Schichten $Z_w := Z_1 = Z_3$ und $Z := Z_2$ erläutert werden [9, S. 165ff].

$\lambda/2$ -Resonanz

Ist $k_2 d = n\pi \Leftrightarrow d = n\lambda_2/2$, mit $n \in \mathbb{N}$ einem ganzzahligen Faktor, so wird der sin-Term in Gl. (3.17) zu Null. Der resultierende Transmissionsfaktor ist dann

$$q = (-1)^n . \quad (3.20)$$

Es findet also eine perfekte Transmission statt, bei der die komplette Energie in das Medium 3 abgegeben wird. Lediglich eine Phasenverschiebung aufgrund der Laufzeit durch die Platte kann auftreten. Im Bodediagramm der Abb. 3.5 entspricht dies den Maxima im Amplitudengang.

$\lambda/4$ -Resonanz

Ist andererseits $k_2 d = (2n - 1)\pi/2 \Leftrightarrow d = (2n - 1)\lambda_2/4$, mit $n \in \mathbb{N}$, so verschwindet der cos-Term in Gl. (3.17) und der resultierende Transmissionsfaktor ist

$$q = j(-1)^n \frac{2}{(Z/Z_w + Z_w/Z)} = j(-1)^n \frac{2ZZ_w}{(Z^2 + Z_w^2)} \quad (3.21)$$

An diesen Stellen wird der Betrag des Transmissionsfaktors q minimal, wie auch in Abb. 3.5 zu sehen ist.

Ist das Medium 1 und 3 unterschiedlich, so führt diese Resonanz bei geeigneter Wahl des mittleren Mediums 2 zu Leistungsanpassung. Dies wird in der Akustik vielfältig genutzt und wird als $\lambda/4$ -Transformator bezeichnet [8, S. 62].

3.4 Mehrfachreflexionen: Modell im Zeitbereich

Ein Zeitbereichs-Modell für den Kanal „Medium-Platte-Medium“ soll aufgestellt werden, indem *Mehrfachreflexionen* einer ausgesendeten Druckwelle betrachtet werden. Hierzu werden, wie zuvor auch, ebene Wellen vorausgesetzt und zunächst eine Wellenausbreitung ohne Absorption angenommen.

Das Interrogationssignal $g(t)$ treffe zum Zeitpunkt $t = 0$ auf die Platte auf. Der Einfachheit halber kann $g(t)$ als ein idealer Puls gedacht werden. Im Lagrangediagramm von Abb. 3.6 ist der Aufenthaltsort x des Interrogationssignales in Abhängigkeit der Zeit t anhand von Pfeilen dargestellt. An den beiden Grenzschichten zwischen Wasser und Platte wird stets ein Teil der eintreffenden Leistung reflektiert und ein anderer transmittiert. Aus diesem Grund entstehen in der Platte die bereits erwähnten Mehrfachreflexionen. Das Schallsignal $e(t)$, das auf der rechten Seite der Platte empfangen wird, besteht also aus einer Überlagerung von theoretisch unendlich vielen Reflexionen $e_n(t)$ mit $n \in \mathbb{N}$,

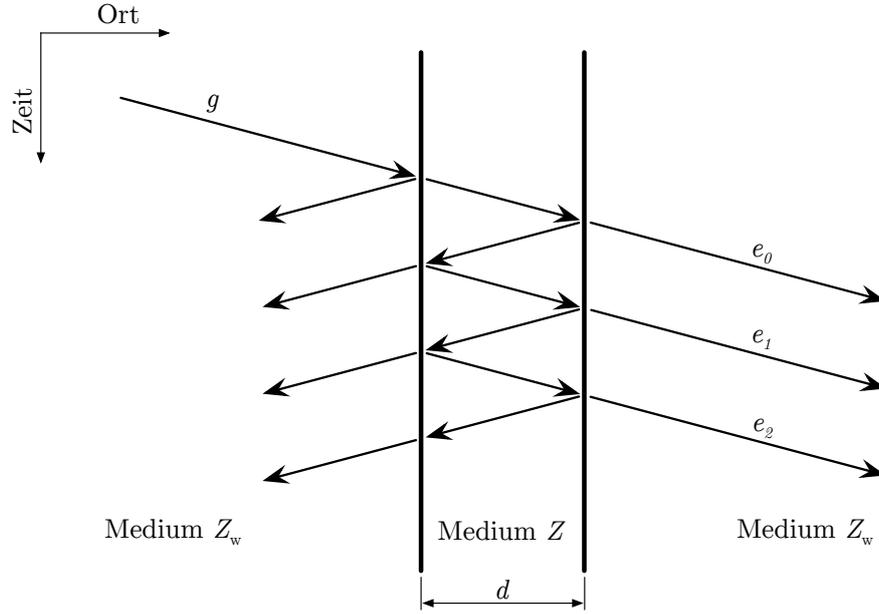


Abbildung 3.6: Lagrangediagramm für den Schalldurchgang durch eine Schicht die an zwei unendlich ausgedehnte Medien angrenzt

die in der Platte entstanden sind. Diese werden im Weiteren als Echos bezeichnet. Bei jeder Reflexion und Transmission wird der Schallstrahl jedoch gedämpft, wodurch in der Praxis nur wenige Echos relevant sind. Bei einem diffusionslosen Kanal ist die Signalform der Echos $e_n(t)$ bis auf einen Amplitudenfaktor E_n und einer Zeitverschiebung aufgrund der Laufzeit t_n gleich dem Interrogationssignal $g(t)$, also

$$e_n(t) = E_n g(t - t_n). \quad (3.22)$$

Mit den Reflexionskoeffizienten r_{wp} und r_{pw} und dem Transmissionskoeffizienten q_{wp} und q_{pw} an den Grenzflächen „Wasser-Platte“ und „Platte-Wasser“ gemäß

$$r_{wp} = \frac{Z - Z_w}{Z_w + Z}, \quad r_{pw} = -r_{wp} = \frac{Z_w - Z}{Z_w + Z}, \quad (3.23)$$

$$q_{wp} = \frac{2Z}{Z_w + Z}, \quad q_{pw} = \frac{2Z_w}{Z_w + Z}, \quad (3.24)$$

ergibt sich der Amplitudenfaktor für absorptionsfreie Medien zu

$$E_n = q_{wp} q_{pw} r_{pw}^{2n}. \quad (3.25)$$

Außerdem sei:

- der Abstand zwischen den Wandlern: L ,
- die Schallgeschwindigkeit im Medium: c_w ,
- die Dicke der Platte: d ,
- die Schallgeschwindigkeit in der Platte: c .

Hiermit kann die Laufzeit der Echos, zusammengesetzt aus der Zeit der Ausbreitung im Medium sowie in der Platte, als $t_n = (L - d)/c_w + (2n + 1)d/c$ mit $n \in \mathbb{N}$ geschrieben werden. Die Laufzeit im Wasser ist konstant. Der Zeitnullpunkt soll so gelegt werden, dass diese wegfällt. Hierdurch wird die Ankunftszeit der Echos zu $t_n = (2n + 1)d/c$. Führt man die *Zeitverzögerung* T zwischen den Echos ein als

$$T = \frac{2d}{c}, \quad (3.26)$$

so ist die *Ankunftszeit* der Echos im Medium der rechten Seite nunmehr

$$t_n = nT + d/c, \quad n \in \mathbb{N}. \quad (3.27)$$

Aufgrund der Siebeigenschaft [10, S. 23] des Dirac-Stoßes $\delta(t - \tau)$ kann eine Zeitverschiebung auch als Faltung mit demselben dargestellt werden:

$$e_n(t) = E_n g(t - t_n) = E_n g(t) * \delta(t - t_n). \quad (3.28)$$

Dabei sei die Faltung zweier Funktionen oder Distributionen $a(t)$ und $b(t)$ definiert als

$$a * b := \int_{-\infty}^{\infty} a(\tau) b(t - \tau) d\tau = \int_{-\infty}^{\infty} b(\tau) a(t - \tau) d\tau =: b * a. \quad (3.29)$$

Somit ist das gesamte, durch die Platte transmittierte Signal $e(t)$

$$e(t) = \sum_{n=0}^{\infty} e_n(t) = \sum_{n=0}^{\infty} E_n g(t) * \delta(t - t_n) \quad (3.30)$$

$$= \sum_{n=0}^{\infty} E_n g(t) * \delta(t - t_n) \quad (3.31)$$

$$= g(t) * \sum_{n=0}^{\infty} E_n \delta(t - t_n). \quad (3.32)$$

Hieraus lässt sich die *Impulsantwort des Kanals* ablesen als

$$h(t) = \sum_{n=0}^{\infty} E_n \delta(t - t_n) \quad (3.33)$$

$$= \sum_{n=0}^{\infty} q_{wp} q_{pw} r_{pw}^{2n} \delta(t - nT - d/c). \quad (3.34)$$

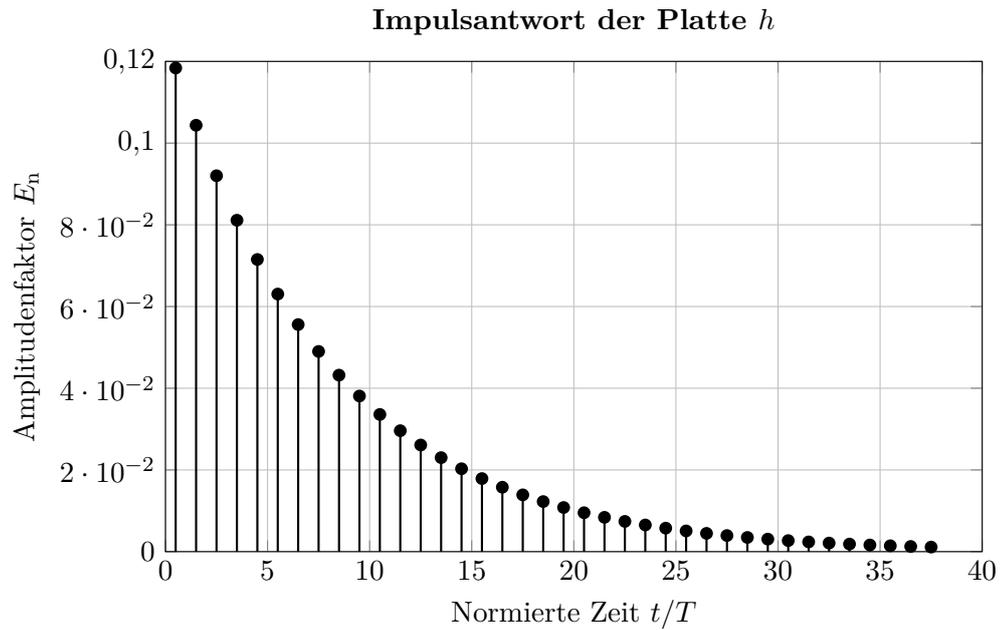


Abbildung 3.7: Impulsantwort einer Stahlplatte in Wasser.

Die Impulsantwort für eine Stahlplatte in Wasser ist in der Abb. 3.7 zu sehen. Die numerisch als „Fast Fourier Transform“ (FFT) der Impulsantwort $h(t)$ berechnete zugehörige Übertragungsfunktion $H(f)$ ist in Abb. 3.8 gezeigt.

Vergleicht man die Übertragungsfunktion der Platte in Abb. 3.8 mit dem Transmissionsfaktor in Abb. 3.5, so ist zu erkennen, dass diese gut übereinstimmen.

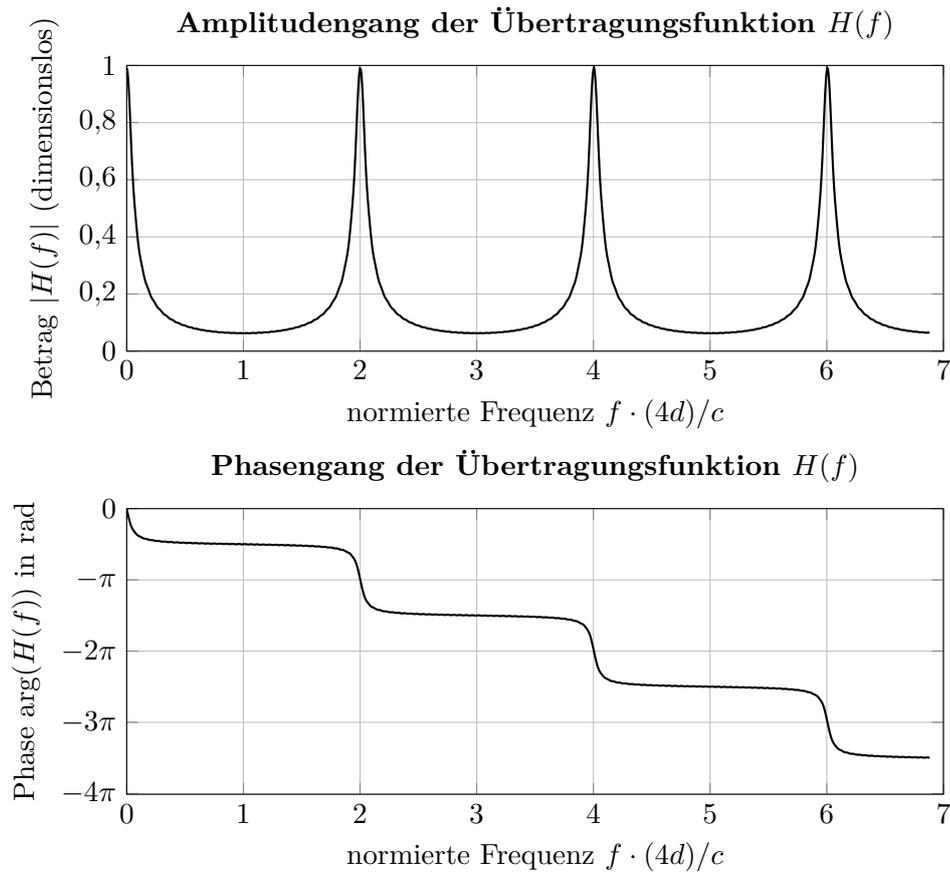


Abbildung 3.8: Bodediagramm als FFT der Impulsantwort h einer Stahlplatte in Wasser.

3.5 Zusammenhang zwischen Impulsantwort und Übertragungsfunktion

Das Übertragungsverhalten der Platte wurde unter Ansatz einer harmonischen Wellenlösung in Abschnitt 3.3 sowie unter Ansatz einer impulsförmigen Welle und Mehrfachreflexionen in Abschnitt 3.4 beschrieben. Nun stellt sich die Frage, ob diese beiden Modelle äquivalent sind.

Um dies zu untersuchen, wird die in 3.4 hergeleitete Impulsantwort $h(t)$ mit Hilfe der Fouriertransformation in den Frequenzbereich transformiert. Wird berücksichtigt dass einer Zeitverschiebung im Zeitbereich eine lineare Phasenverschiebung im Frequenzbereich entspricht: $s(t - t_n) \circ \bullet S(\omega)e^{-j\omega t_n}$, mit $s(t) \circ \bullet S(\omega)$ beliebige Funktionen oder

Distributionen, erhält man

$$h(t) = \sum_{n=0}^{\infty} E_n \delta(t - t_n) \quad (3.35)$$



$$H(\omega) = \sum_{n=0}^{\infty} E_n e^{-j\omega t_n} . \quad (3.36)$$

Nun wird $t_n = nT + d/c$ aus Gl. (3.27) und $E_n = q_{wp}q_{pw}r^{2n}$ aus Gl. (3.25) eingesetzt und umgeformt, womit

$$H(\omega) = q_{wp}q_{pw} \sum_{n=0}^{\infty} r^{2n} e^{-j\omega(nT + \frac{d}{c})} \quad (3.37)$$

$$= q_{wp}q_{pw} e^{-j\omega \frac{d}{c}} \sum_{n=0}^{\infty} (r^2 e^{-j\omega T})^n . \quad (3.38)$$

Der Betrag $|r^2|$ ist stets kleiner 1. Somit konvergiert die geometrische Reihe aus Gl. (3.38) zu dem bekannten Wert [11, S. 19]

$$H(\omega) = q_{wp}q_{pw} e^{-j\omega \frac{d}{c}} \frac{1}{1 - r^2 e^{-j\omega T}} . \quad (3.39)$$

Wird des Weiteren berücksichtigt, dass $T = 2d/c$ gilt, so lässt sich dieser Ausdruck durch Division durch $e^{-j\omega \frac{d}{c}}$ umformen zu

$$H(\omega) = \frac{q_{wp}q_{pw}}{e^{j\omega \frac{d}{c}} - r^2 e^{-j\omega \frac{d}{c}}} . \quad (3.40)$$

Nach Einsetzen von q_{wp} , q_{pw} und r aus Gln. (3.5 - 3.6) erhält man letztendlich

$$H(\omega) = \frac{4}{\frac{(Z+Z_w)^2}{ZZ_w} e^{j\omega d/c} - \left(\frac{Z_w-Z}{Z+Z_w}\right)^2 \frac{(Z+Z_w)^2}{ZZ_w} e^{-j\omega d/c}} \quad (3.41)$$

$$= \frac{4}{(2 + Z/Z_w + Z_w/Z) e^{j\omega d/c} + (2 - Z/Z_w - Z_w/Z) e^{-j\omega d/c}} , \quad (3.42)$$

was mit $k_2 = \omega/c$ identisch zu dem in Abschnitt 3.3 hergeleiteten Transmissionsfaktor q in Gl. (3.16) ist. Somit sind die beiden dargestellten *Modelle äquivalent*. Dies bedeutet insbesondere, dass die in Abschnitt 3.3.1 besprochenen Resonanzphänomene auch im Zeitbereichsmodell enthalten sind.

Des Weiteren soll der Zusammenhang zwischen den charakteristischen, periodischen Maxima im Amplitudengang von $H(\omega)$ (s. Abb. 3.5) und der Impulsantwort $h(t)$ analysiert werden. Der kyrillische Buchstabe „Scha“ soll im Folgenden für eine unendliche Folge

von Pulsen $\text{III}(t)$ stehen. Für diese ist die Fouriertransformation [10, S. 84ff]

$$\text{III}(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \delta(t - nT) \quad (3.43)$$



$$\text{III}(\omega) = \frac{1}{|T|} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \delta\left(\omega - \frac{2\pi n}{T}\right). \quad (3.44)$$

Somit ergibt eine unendliche Folge von Pulsen im Zeitbereich auch eine unendliche Folge von Pulsen im Frequenzbereich. Haben die Pulse im Zeitbereich den Abstand T , so sind sie im Frequenzbereich durch $f_0 = \frac{1}{T}$ getrennt. Dies bedeutet anschaulich, dass bei dünner werdender Platte, die Pulse im Zeitbereich zusammen laufen (gestaucht werden), während sie im Frequenzbereich auseinander laufen.

Dieses grundsätzliche Verhalten ist in Form der periodischen Maxima im Amplitudengang von H noch ersichtlich. Da das Transmissionsverhalten der Platte im Zeitbereich jedoch eine gedämpfte Folge von Pulsen ist, die rasch gegen Null strebt, haben die „Pulse“ im Frequenzbereich nunmehr endliche Breite. Dies sind die periodischen Maxima im Amplitudengang des Transmissionsfaktors $q = H$.

Zentrale Aufgabe dieser Arbeit ist es, die Zeitverzögerung T zwischen den Echos zu bestimmen. Wie erwartet, ist diese alleine Bestandteil der Impulsantwort h bzw. des Transmissionsfaktors q und nicht des Interrogationssignals g . Somit soll also das Übertragungsverhalten des Kanals „Wasser-Platte-Wasser“ charakterisiert werden.

3.6 Ultraschallwandler

Für diese Arbeit werden piezoelektrische Ultraschallwandler für den Unterwasserbetrieb eingesetzt. Um Ansteuersignale zu entwerfen, muss das Übertragungsverhalten der Wandler berücksichtigt werden. Das prinzipielle Verhalten soll in diesem Abschnitt besprochen werden.

Piezowandler zeichnen sich im Allgemeinen durch ein ausgeprägtes Bandpassverhalten aus, das näherungsweise einen Amplitudengang proportional zu $\cos^2(f)$ und einen linearen Phasenverlauf aufweist. Der Hersteller gibt in der Regel eine Mittenfrequenz f_M und die -6 dB-Bandbreite B an.

Im Bodediagramm von Abb. 3.10 sind die FFTs der Impulsantwort h_T und des anregenden Pulses zu sehen. Das beschriebene, prinzipielle $\cos^2(f)$ -Verhalten für piezoelektrische Ultraschallwandler ist deutlich zu erkennen. Es ist zu beachten, dass auch hier das Diagramm das beidseitige Übertragungsverhalten von Senden und Empfangen beschreibt. Im Durchlassbereich des Wandlers könnte der Phasengang recht gut linear approximiert werden.

Der Messaufbau besteht aus einem Sendewandler und einem Empfangswandler gleichen Typs. Um das Übertragungsverhalten zu charakterisieren wurde die Impulsantwort h_T der Wandler im Transmissionsmodus aufgezeichnet. Diese beschreibt somit das kombinierte

Übertragungsverhalten für Senden und Empfangen. Die Impulsantwort ist in Abb. 3.9 zu sehen. Oft wird eine solche Impulsantwort auch durch einen Gaußpuls beschrieben.

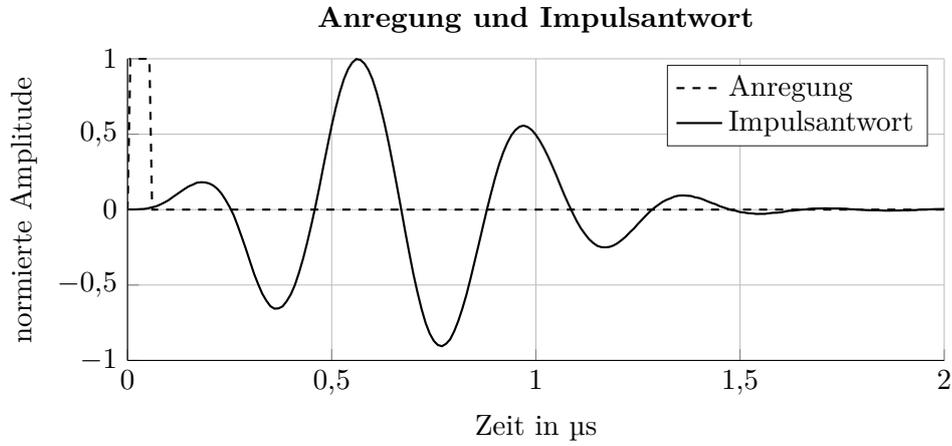


Abbildung 3.9: Impulsantwort h_T der verwendeten Wandler

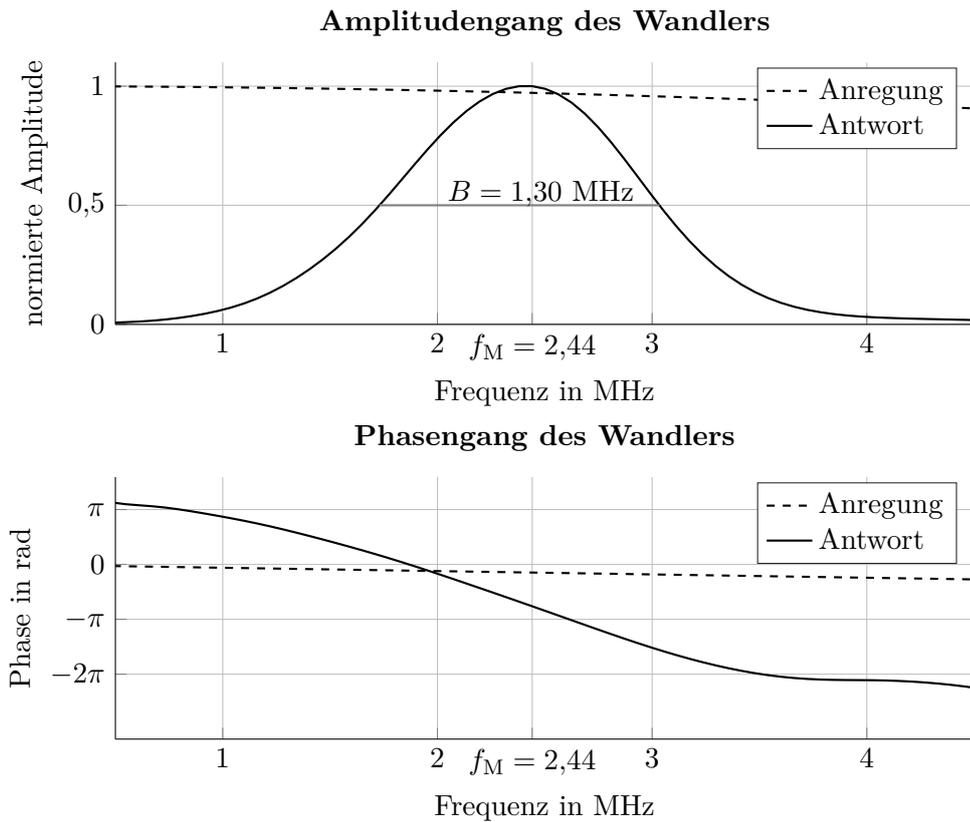


Abbildung 3.10: Bodediagramm für piezoelektrische Ultraschallwandler

3.7 Axiale Auflösung eines bildgebenden Systems

Bei bildgebenden Verfahren wird die Fähigkeit zwei benachbarte Objekte zu unterscheiden als *Auflösung* bezeichnet. Sind die zwei Objekte näher aneinander als das Auflösungsvermögen des bildgebenden Systems, so verschmelzen die Objekte in der Abbildung zu einem. Mit *axialer Auflösung* Δx wird die Ortsauflösung in Ausbreitungsrichtung der Welle bezeichnet und somit ist sie die „Tiefenauflösung“ des Bildes. Bei homogener Schallgeschwindigkeit ist sie proportional zur Auflösung der Laufzeitmessung. Diese könnte somit bei bekannter Schallgeschwindigkeit als Auflösung Δt in der Zeit angegeben werden.

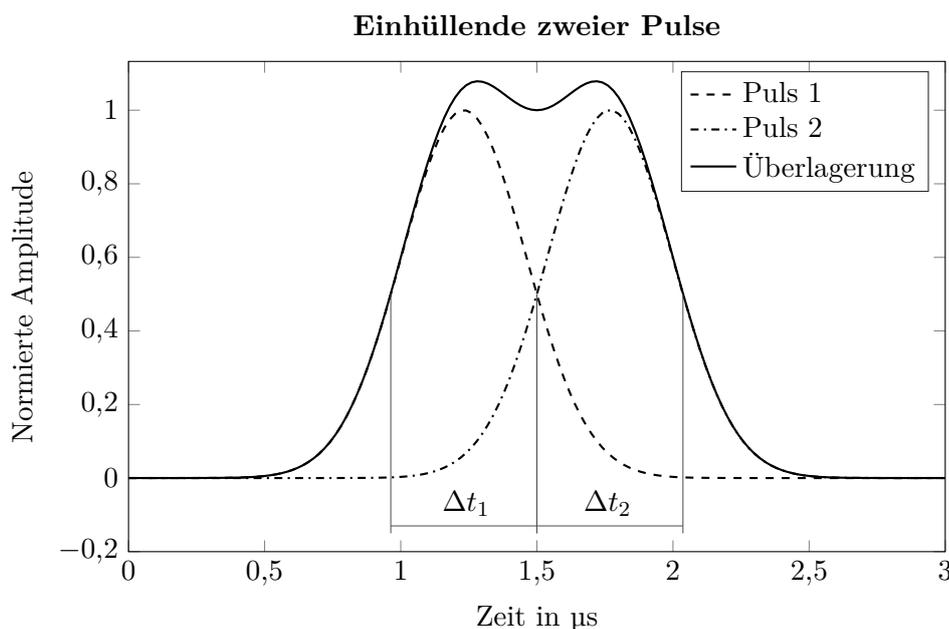


Abbildung 3.11: Einhüllende zweier um ihrer Auflösung $\Delta t_1 = \Delta t_2$ zeitverzögerter Gaußpulse (Mittenfrequenz 2,4 MHz, Bandbreite 1,64 MHz) und ihre Überlagerung. Die Halbwertsbreite kann als Zeitauflösung Δt_i , bzw. axiale Auflösung $\Delta x_i = c\Delta t_i$ definiert werden.

Zur Laufzeitmessung wird der Zeitpunkt des Maximums der Einhüllenden des bildgebenden Pulses gesucht. Ein mögliches Kriterium um die axiale Auflösung zu bestimmen ist die Halbwertsbreite dieser Einhüllenden. Bekommt man zwei Echos von zwei hintereinander liegenden Objekten, so überlagern sich diese im Empfangssignal. Dies ist in Abb. 3.11 veranschaulicht. Liegen die Pulse so nahe beieinander, dass sie sich bereits bei der Hälfte ihres Maximalwertes überlagern, so verschmelzen sie zu einem. Je nach Pulsform ist es sehr schwierig bis unmöglich diese dann als zwei separate Pulse zu erkennen. Werden codierte Signale statt Pulse gesendet, so kann das Konzept nach der Pulscompression in der selben Form angewandt werden.

Eine allgemeinere Möglichkeit zur Charakterisierung der Auflösung eines bildgebenden Systems ist die *Modulationsübertragungsfunktion* (engl. Modulation Transfer Function,

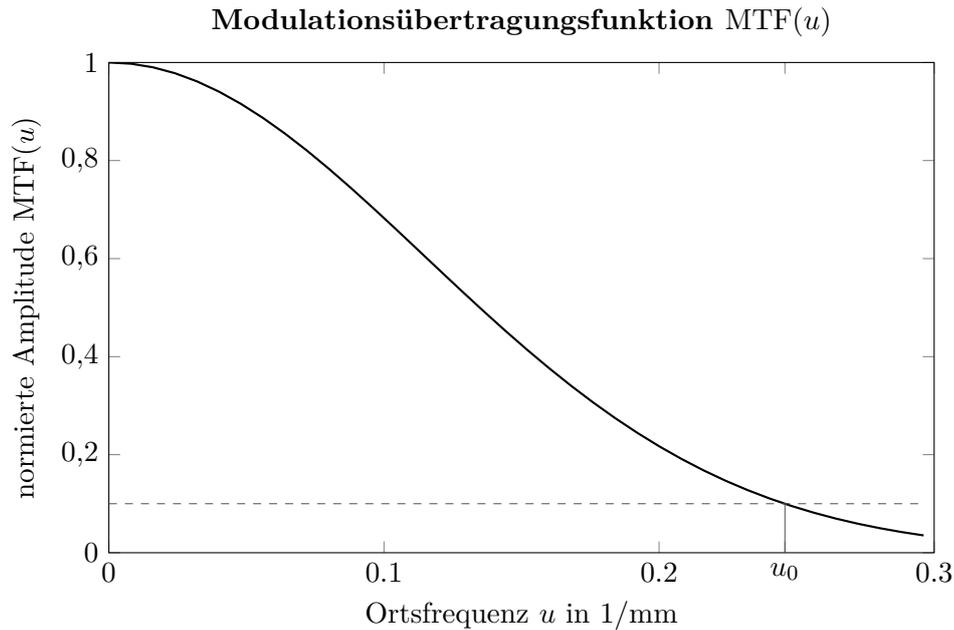


Abbildung 3.12: Modulationsübertragungsfunktion für einen Gaußpuls wie in Abb. 3.11. Der Kehrwert von u_0 kann als axiale Auflösung definiert werden.

$MTF(u)$ [8, S. 561ff]. Diese ist der Betrag der Fouriertransformierten der Punktbildfunktion und wird üblicherweise auf $MTF(0)$ normiert. Die *Punktbildfunktion* (engl. Point Spread Function, $PSF(x)$) ist die Abbildung des bildgebenden Systems für ein ideales Punktobjekt. Aufgrund der bekannten Schallgeschwindigkeit gibt es einen eindeutigen Zusammenhang zwischen Echolaufzeit und Ort. Die Punktbildfunktion ist gerade die Einhüllende der Impulsantwort des bildgebenden Systems. Im Fall der axialen Auflösung sollte jedoch die Zeitachse mit Hilfe der bekannten Schallgeschwindigkeit auf den Ort projiziert werden.

Die Modulationsübertragungsfunktion beschreibt das Übertragungsverhalten des bildgebenden Systems in Abhängigkeit der *Ortsfrequenz* $u = \frac{1}{x}$. Sie ist somit ein Maß für die Fähigkeit Details abzubilden. Die Auflösung des bildgebenden Systems kann nun anhand der Ortsfrequenz u_0 definiert werden, an der die Modulationsübertragungsfunktion zum ersten mal unter einen vorgegebenen Schwellwert sinkt. Die Auflösung ist dann der Kehrwert der Ortsfrequenz u_0 . In der Literatur wird 0,1 als Schwellwert verwendet [6].

3.7.1 Axiale Auflösung und Dickenmessung

Wie in Abschnitt 3.4 besprochen, entstehen bei der Vermessung einer Platte viele Echos aufgrund von Mehrfachreflexionen in dieser. Die Echos erscheinen für den Empfänger genau wie in der äquivalenten Puls-Echo Anordnung nach Abb. 3.13. In dieser sind viele Reflektoren die nur ein Echo erzeugen, aber durch den Abstand $\Delta l = 2d$ voneinander getrennt sind, vorhanden. Der Rückstreuquerschnitt wird mit jedem Reflektor kleiner.

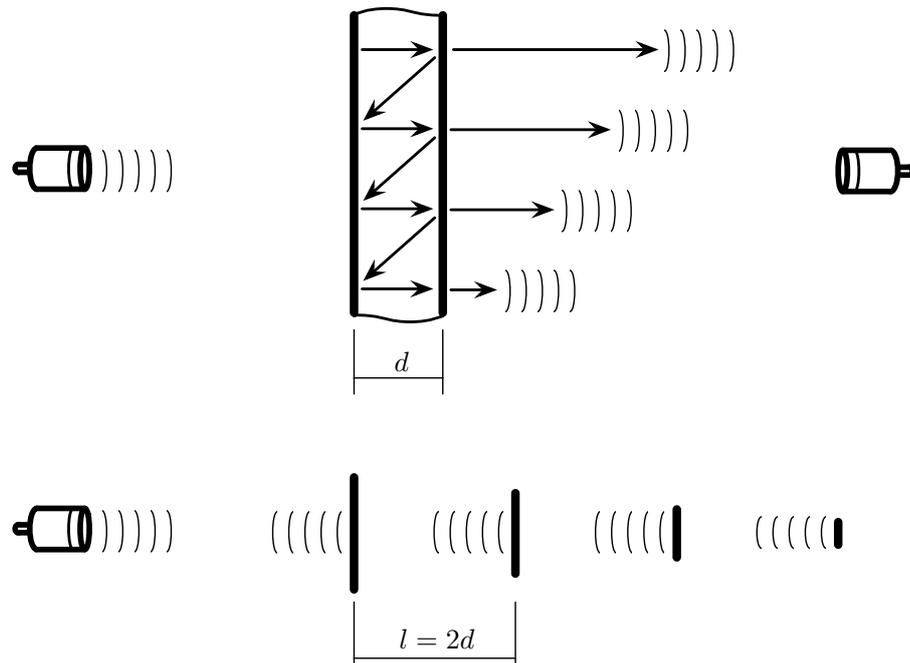


Abbildung 3.13: Oben: Messaufbau zur Dickenmessung einer Platte. Unten: äquivalente Puls-Echo Anordnung.

Besitzt das bildgebende System eine axiale Auflösung von Δx , so muss für Δl bzw. d gelten

$$\Delta l \stackrel{!}{>} \Delta x \Leftrightarrow d \stackrel{!}{>} \frac{1}{2} \Delta x, \quad (3.45)$$

damit d vermessen werden kann. Für die Dickenmessung wird die *untere Grenze* d_{\min} des Messbereichs daher durch die axiale Auflösung des Messsystems bestimmt

$$d_{\min} := \frac{1}{2} \Delta x. \quad (3.46)$$

Die axiale Auflösung des bildgebenden Systems zu verbessern ist also äquivalent zur Reduzierung der minimal vermessbaren Plattendicke d_{\min} .

4 Ansteuersignale

Ist ein Messaufbau nach Abb. 2.1 zur Dickenmessung gegeben, so muss für den Betrieb ein Ansteuersignal und eine passende Signalverarbeitung gewählt werden. Das Ansteuersignal ist der Verlauf der elektrischen Spannung, mit welchem der piezoelektrische Ultraschallwandler angeregt wird. In diesem Kapitel werden die theoretischen Einschränkungen und Anforderungen an diese erläutert und mögliche Ansteuersignale beispielhaft gezeigt.

4.1 Signale im bildgebenden System

In Abb. 4.1 sind drei äquivalente Strukturbilder des betrachteten Messsystems zu sehen. Die mit \bullet_p indizierten Signale beschreiben den akustischen Wechsellldruck, alle anderen Signale sind elektrische Spannungen.

Das erste Strukturbild spiegelt die tatsächliche physikalische Anordnung wider. Hierin sind die das System beschreibenden Impulsantworten: die des Sendewandlers $h_{Ts}(t)$, die der zu vermessenden Platte $h(t)$ und die des Empfangswandlers $h_{Tr}(t)$. Im zweiten Strukturbild sind die Blöcke des Empfangswandlers und der Platte vertauscht worden, was aufgrund der Linearität des Systems möglich ist. Im letzten sind die Impulsantworten der beiden Wandler zu einer zusammengefasst worden. Nachfolgend wird stets die beidseitige Wandler-Impulsantwort $h_T(t) = h_{Ts}(t) * h_{Tr}(t)$ verwendet und somit das vereinfachte Modell betrachtet.

Das Signal das von den Wandlern erzeugt wird, soll als *Interrogationssignal* $g(t)$ bezeichnet

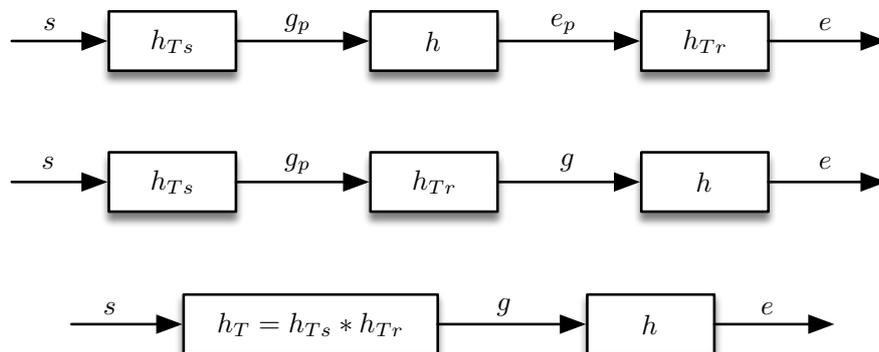


Abbildung 4.1: äquivalente Strukturbilder des Messaufbaus

net werden. Dieses ergibt sich mit dem *Ansteuersignal* $s(t)$ zu

$$g(t) = s(t) * h_T(t) \quad \circ \text{---} \bullet \quad G(\omega) = S(\omega)H_T(\omega) . \quad (4.1)$$

Alle relevanten Informationen sind aus dem *Empfangssignal* $e(t)$ zu extrahieren. Diese Informationen stammen ursprünglich aus der Impulsantwort $h(t)$ der Platte. Das Empfangssignal entsteht durch Faltung des Interrogationssignals g mit der Impulsantwort h der Platte:

$$e(t) = g(t) * h(t) = s(t) * h_T(t) * h(t) \quad (4.2)$$

$$\begin{array}{c} \circ \\ | \\ \bullet \end{array} \quad E(\omega) = G(\omega)H(\omega) = S(\omega)H_T(\omega)H(\omega) . \quad (4.3)$$

Die Impulsantwort h_T des Wandlers und das Ansteuersignal s müssen also geeignet sein um die in h enthaltene Information in das Empfangssignal e zu übertragen.

4.2 Anforderung an die Bandbreite

Die Platten-Übertragungsfunktion $H(\omega)$ ist periodisch in $2\pi/T$, bzw. $H(f)$ periodisch in $1/T$ (s. Abschnitt 3.4). Damit das Empfangssignal $e(t) \circ \text{---} \bullet E(\omega)$ die interessierenden Informationen vollständig enthält, muss die Bandbreite B_g von $G(\omega) = S(\omega)H_T(\omega)$ mindestens eine Periode abdecken, also $B_g > 1/T$. Umgekehrt muss die Periodizität der Platten-Übertragungsfunktion $H(f)$ kleiner sein als die Bandbreite B_g des Interrogationssignals um die Plattendicke korrekt messen zu können. Dies schränkt den Messbereich des bildgebenden Systems ein:

$$T \stackrel{!}{>} \frac{1}{B_g} \quad \Rightarrow \quad d \stackrel{!}{>} \frac{c}{2B_g} . \quad (4.4)$$

Dieser Sachverhalt wird in Abb. 4.2 veranschaulicht. Neben der Platten-Übertragungsfunktion sind auch die Amplitudenspektren von zwei Interrogationssignalen $G_1(f)$ und $G_2(f)$ dargestellt. Beide sind Chirpsignale (s. Abschnitt 4.6.1) mit „Tukey-Fenstern“, wobei die Chirps jeweils unterschiedliche Bandbreite besitzen. Das Interrogationssignal G_2 erfüllt die Bandbreitenanforderung, da es mehr als eine Periode der Platten-Übertragungsfunktion abdeckt.

Weil das Ansteuersignal s fast beliebig gewählt werden kann, h_T aber durch den Wandler gegeben ist, hängt der Messbereich maßgeblich von der Bandbreite B_T der Wandler-Übertragungsfunktion ab.

Wie in Abschnitt 3.7.1 besprochen, ist eine untere Schranke d_{\min} für die Dickenmessung auch gleichzeitig eine untere Schranke für die axiale Auflösung Δx des bildgebenden Systems. Aus den Gln. (3.46 und 4.4) erhält man

$$2d_{\min} = \Delta x = c\Delta t \approx \frac{c}{B_g} \quad (4.5)$$

$$\Rightarrow \quad \Delta t \approx \frac{1}{B_g} . \quad (4.6)$$

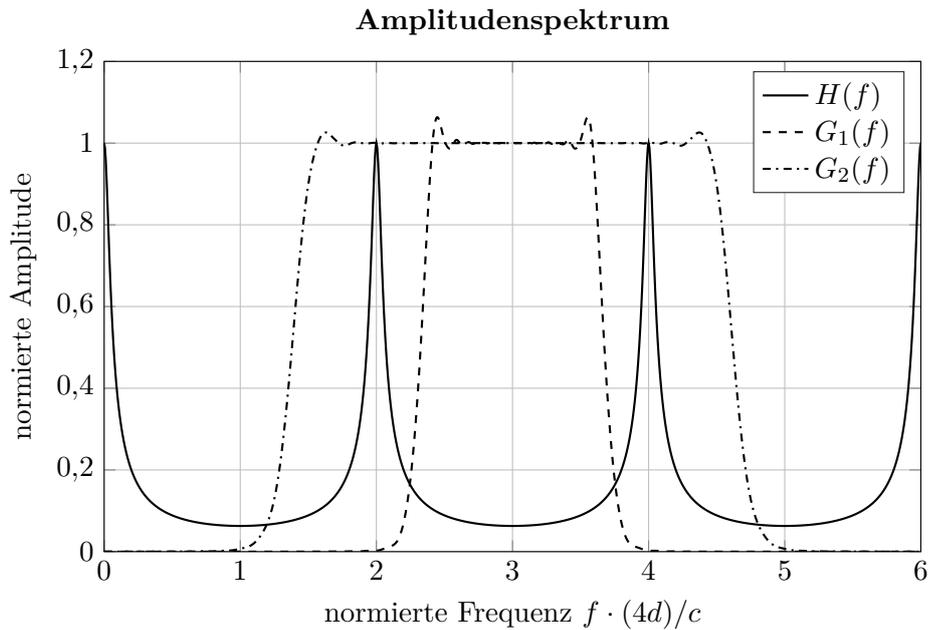


Abbildung 4.2: Normierte Amplitudenspektren der Platten-Übertragungsfunktion $H(f)$ und zweier Interrogationssignale $G_1(f)$ und $G_2(f)$. Letzteres erfüllt die Bandbreitenanforderung.

Die axiale Auflösung bei gegebener Schallgeschwindigkeit wird also durch die Bandbreite B_g des Interrogationssignals bestimmt.

4.3 Anforderung an die Signalenergie

Ein gemessenes Signal besteht immer aus einem Nutzsignal und einem überlagerten Rauschanteil. Das Signal-Rausch-Verhältnis (engl. signal-to-noise ratio, SNR) ist das Verhältnis der Nutzsignalleistung zu Rauschleistung des empfangenen Signals [10, S. 238ff]. Es ist also ein Merkmal für dessen Qualität.

Wird die Sendeleistung erhöht, so verbessert sich das Signal-Rausch-Verhältnis proportional. Bei einem Sendesignal fester Zeitdauer D , wie es in der Praxis vorkommt, muss hierzu also die Energie des Signals erhöht werden. Um ein gutes Signal-Rausch-Verhältnis zu erreichen wird deshalb vom Sendesignal eine *hohe Energie gefordert*.

Generell ermöglicht ein hohes Signal-Rausch-Verhältnis eine niedrige Fehlerrate bei der Detektion eines Empfangssignals. In der ultraschallbasierten Bildgebung ist ein hohes Signal-Rausch-Verhältnis wichtig um eine hohe Eindringtiefe zu gewährleisten [4]. Für die zerstörungsfreie Werkstoffprüfung ermöglicht eine hohe Sendeleistung auch die luftgekoppelte Prüfung [5], was den Einsatz stark erleichtert. Die hohe Energie ist hierfür deshalb erforderlich, weil die Schallkennimpedanz von Luft schlecht an die der festen Werkstoffe wie Stahl, Aluminium oder Kunststoff angepasst ist und somit nur ein geringer Teil der Energie in den Prüfling eindringt.

Zeit-Bandbreite-Produkt

Traditionellerweise wurde zur Erhöhung des SNR die Amplitude des Sendesignals erhöht, was allerdings technische Grenzen hat. Dies ist nicht die einzige Möglichkeit um die Sendeenergie zu erhöhen. Nach dem *Parsevalschen-Theorem* [10, S. 63] kann die Signalenergie sowohl im Zeitbereich als auch im Frequenzbereich berechnet werden als

$$E_s = \int_{-\infty}^{\infty} |s(t)|^2 dt \quad (4.7)$$

$$= \int_{-\infty}^{\infty} |S(f)|^2 df . \quad (4.8)$$

Die Energie des Signals steigt also bei gegebener Amplitude sowohl mit der zeitlichen Dauer D als auch mit der Bandbreite B . Das sogenannte *Zeit-Bandbreite-Produkt* DB ist ein wichtiges Maß für das erreichbare Signal-Rausch-Verhältnis eines Sendesignals bei gegebener Amplitude.

Die Begriffe der Zeit und Frequenz sind nach klassischer Fourier-Theorie inkompatibel. Signale die im strengen Sinne gleichzeitig in der Zeitdauer und Bandbreite beschränkt sind existieren nicht. Dennoch lässt sich der Begriff des Zeit-Bandbreite-Produkts nutzen wenn die Dauer D und die Bandbreite B sinnvoll definiert werden. Gabor hat entsprechende Maße definiert.

Die komplexe Notation für ein Signal ist

$$\psi(t) = \mu(t)e^{j2\pi f_0 t} = a(t)e^{j\varphi(t)}e^{j2\pi f_0 t} \quad (4.9)$$

$$\begin{array}{c} \circ \\ | \\ \bullet \\ \Psi(f) = M(f - f_0) , \end{array} \quad (4.10)$$

mit der komplexen Modulationsfunktion $\mu(t) \circ \text{---} \bullet M(f)$, der Amplitudenmodulation $a(t)$ (Einhüllende), der Phasenmodulationsfunktion $\varphi(t)$ und der Trägerfrequenz f_0 .

Die Trägerfrequenz wird definiert als der Schwerpunkt des Energiedichtespektrums, also dessen normiertes erstes Flächenmoment [12]

$$f_0 = \frac{\int_0^{\infty} f |\Psi(f)|^2 df}{\int_0^{\infty} |\Psi(f)|^2 df} . \quad (4.11)$$

Entsprechend wird der Zeitnullpunkt in den Schwerpunkt der quadrierten Einhüllenden gelegt, demnach verschwindet dessen normiertes erstes Flächenmoment [12]

$$t_0 = \frac{\int_{-\infty}^{\infty} t |\mu(t)|^2 dt}{\int_{-\infty}^{\infty} |\mu(t)|^2 dt} \stackrel{!}{=} 0 . \quad (4.12)$$

Mit diesen Festlegungen und Begriffen kann die *Gabor Zeitdauer* D (engl. auch RMS duration) als das normierte zweite Flächenmoment der quadratischen Einhüllenden definiert

werden [12]

$$D^2 = \frac{(2\pi)^2 \int_{-\infty}^{\infty} t^2 |\mu(t)|^2 dt}{\int_{-\infty}^{\infty} |\mu(t)|^2 dt} . \quad (4.13)$$

Entsprechend ist die Definition der *Gabor Bandbreite* B (engl. RMS bandwidth) das normierte zweite Flächenmoment des Energiedichtespektrums [12]

$$B^2 = \frac{(2\pi)^2 \int_{-\infty}^{\infty} f^2 |M(f)|^2 df}{\int_{-\infty}^{\infty} |M(f)|^2 df} . \quad (4.14)$$

Mit diesen Definitionen für die Zeitdauer und die Bandbreite können mit dem Zeit-Bandbreite-Produkt DB sinnvolle Aussagen getroffen werden. Beispielsweise ist bei Puls-kompression mittels Korrelationsfilter (s. Abschnitt 4.5 und 5.1) das Signal-Rausch-Verhältnis um das Zeit-Bandbreite-Produkt höher als mit konventionellen, kurzen Pulsen. Das Zeit-Bandbreite-Produkt ist aufgrund der Unschärferelation der Signalverarbeitung nach unten hin beschränkt gemäß [12]

$$DB \geq \pi , \quad (4.15)$$

nicht aber nach oben. Rein amplitudenmodulierte Signale haben ein minimales Zeit-Bandbreite-Produkt. Die Signalform mit geringstem Zeit-Bandbreite-Produkt ist ein Gaußpuls. Soll das Zeit-Bandbreite-Produkt erhöht werden, so ist eine Frequenzmodulation oder Phasenmodulation notwendig. Eine gute Diskussion der Gabor-Dauer und Gabor-Bandbreite findet sich in [13, S. 6].

4.4 Pulse

Um die Bandbreitenanforderung an das Interrogationssignal und somit auch an das Ansteuersignal $s(t)$ zu erfüllen, wird klassischerweise ein Impuls als Ansteuersignal gewählt.

$$s(t) = \begin{cases} V_0 & \text{für } 0 < t \leq D \text{ mit } V_0 \text{ konst.} \\ 0 & \text{für } t > D . \end{cases} \quad (4.16)$$

Dabei muss darauf geachtet werden, dass die Bandbreite $B \approx 1/D$ des Pulses größer ist, als die des Wandlers. So wird die zur Verfügung stehende Bandbreite gut ausgenutzt. In den Diagrammen aus Abschnitt 3.7 ist ein solcher Ansteuer-Puls und zugehöriges Interrogationssignal für den verwendeten Wandler zu sehen. Außerdem ist die erreichbare Auflösung quantifiziert.

Die Bandbreite wird mit einem Puls als Sendesignal gut ausgenutzt. Die Energie eines solchen Ansteuersignals ist jedoch vergleichsweise niedrig. Dies liegt an der inhärenterweise geringen Dauer D des Pulses. Die Amplitude kann aufgrund technischer Beschränkungen nur eingeschränkt erhöht werden.

4.5 Einleitung zu Pulscompressionsverfahren

Um sowohl den Anforderungen an die Signalenergie als auch an die Auflösung gerecht zu werden, ist ein Ansteuersignal mit hoher Zeitdauer und gleichzeitig hoher Bandbreite wünschenswert. Das Zeit-Bandbreite-Produkt DB sollte also möglichst hoch sein.

Die Verwendung solcher Ansteuersignale ist mit dem sogenannten *Pulscompressionsverfahren* möglich. Mit diesem können Laufzeiten bestimmt werden die wesentlich kürzer sind als die Länge des Sendesignals. Hierzu wird das Signal vor dem Senden codiert und nach dem Empfang decodiert. So wird eine wesentlich effizientere Messung ermöglicht die bei geringem Verlust an axialer Auflösung ein wesentlich höheres Signal-Rausch-Verhältnis mit sich bringt [14].

Die in der Pulscompression verwendeten *codierten Ansteuersignale* sind entweder frequenzmoduliert oder phasenmoduliert und werden im nächsten Abschnitt 4.6 diskutiert. Klassischerweise wird zur Decodierung des Empfangssignals ein Korrelationsfilter eingesetzt. Bei vorhandenem weißem Rauschen ist dieses bezüglich des Signal-Rausch-Verhältnisses optimal. Pulscompression wird in Abschnitt 5.1 ausführlich behandelt. Um die Anforderungen an codierte Ansteuersignale zu verstehen wird an dieser Stelle die Pulscompression mittels Korrelation kurz vorgestellt.

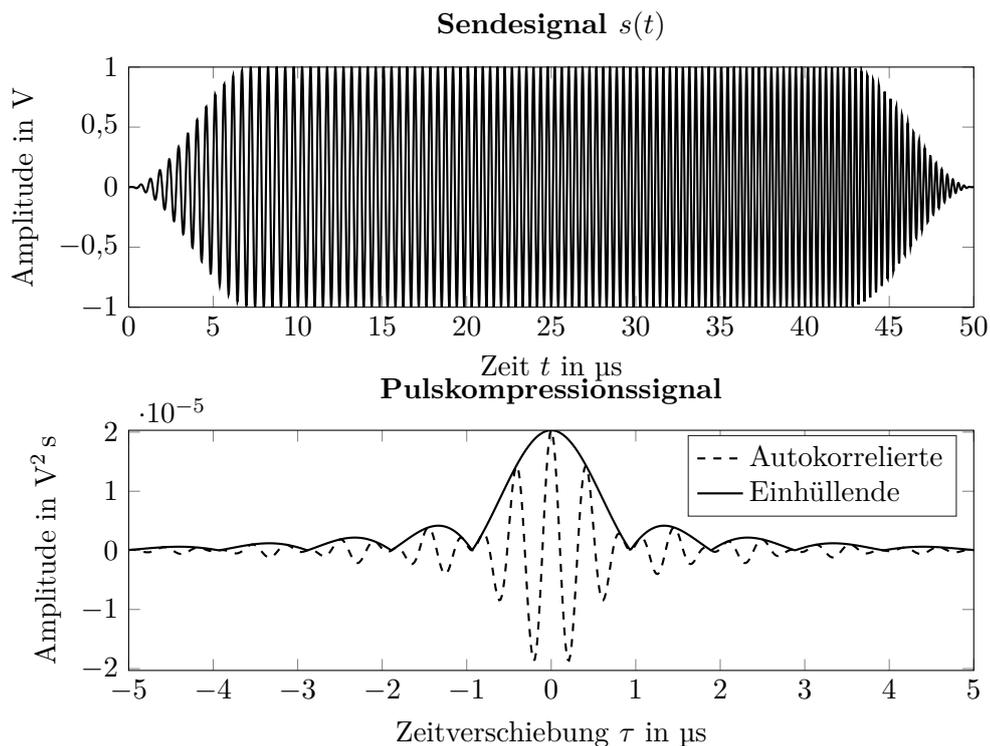


Abbildung 4.3: Oben: codiertes Sendesignal (Chirp) mit Sendezeit $D = 50 \mu\text{s}$, Bandbreite $B = 1,64 \text{ MHz}$, Mittenfrequenz $f_M = 2,4 \text{ MHz}$ und Tukey-Fenster. Unten: zugehörige Autokorrelierte und ihre Einhüllende. Letztere ist der „komprimierte Puls“. Beachte, dass die Zeitskalen unterschiedlich sind.

Ein Korrelationsfilter bildet die Kreuzkorrelierte zwischen dem Empfangssignal und dem Sendesignal. Bei verzerrungsfreier Übertragung entspricht dies der Autokorrelierten des Sendesignals. Das Sendesignal muss auf Empfangsseite also bekannt sein.

Bei den sogenannten Korrelationssignalen die zur Pulscompression eingesetzt werden, besteht die Einhüllende der Autokorrelierten aus einem schmalen, ausgeprägten Hauptmaximum und mehreren kleineren Nebenmaxima (Nebenkeulen). Die axiale Auflösung des bildgebenden Verfahrens wird nun nicht mehr durch die Länge des Sendesignals bestimmt, sondern durch die Breite dieses Hauptmaximums. Des Weiteren ist es wichtig, dass die Nebenkeulen möglichst klein sind. Die Einhüllende der Autokorrelierten wird auch „komprimierter Puls“ genannt. Ein mögliches Korrelationssignal und dessen Autokorrelierte sind in Abb. 4.3 gezeigt.

4.6 Codierte Ansteuersignale

Das *Pulscompressionsverfahren* erfordert sogenannte *codierte Ansteuersignale*, die auch *hochstrukturierte Signale* genannt werden [15, S. 11]. Diese Signale sind charakterisiert durch ihr hohes Zeit-Bandbreite-Produkt DB . Dieses kann als Maß für die Energie des Signals aufgefasst werden. Wird die Signalenergie bei der Signalverarbeitung korrekt ausgenutzt, so ist das Signal-Rausch-Verhältnis direkt proportional zum Zeit-Bandbreite-Produkt des Signals [4]. Codierte Ansteuersignale erfüllen somit die gewünschten Anforderungen an Signal-Rausch-Verhältnis und Bandbreite.

Um ein hohes Zeit-Bandbreite-Produkt zu erreichen, muss das Signal phasen- oder frequenzmoduliert werden. Rein amplitudenmodulierte Signale haben inhärenterweise ein minimales Zeit-Bandbreite-Produkt [16].

In der Radar-Technik wurden hochstrukturierte Signale erstmals im zweiten Weltkrieg eingesetzt um die Reichweite zu erhöhen und eine gute Störfestigkeit zu erreichen. Für die Nachrichtentechnik hatte die Verwendung von hochstrukturierten Signalen zunächst kryptographische Gründe da sie schwer zu demodulieren sind. Während des zweiten Weltkrieges wurden solche Nachrichtensysteme auf deutscher und US-amerikanischer Seite eingesetzt.

4.6.1 Chirpsignale

Chirpsignale sind frequenzmodulierte Signale. Es wird unterschieden zwischen linear-, quadratisch- und anders nichtlinear modulierten Chirpsignalen. Da sich in der Praxis lineare Chirpsignale als gute Wahl erwiesen haben [17], werden in dieser Arbeit ausschließlich diese eingesetzt.

Ein lineares *Chirpsignal* kann in komplexer Notation dargestellt werden als

$$\psi(t) = a(t)e^{j\xi(t)} = a(t) \exp \left[j \left(\omega_M t + \frac{\Omega}{2} t^2 \right) \right] \quad \text{für} \quad -\frac{D}{2} \leq t \leq \frac{D}{2}, \quad (4.17)$$

mit $a(t)$ die (komplexe) Amplitude, $\xi(t)$ die Phase, $\omega_M = 2\pi f_M$ die Mittenkreisfrequenz

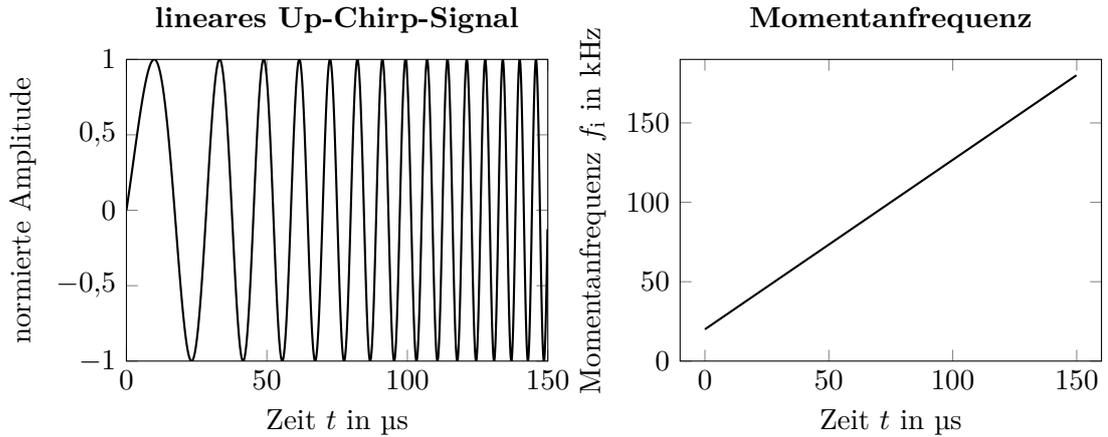


Abbildung 4.4: Links: Chirp-Signal (zeitverschoben) mit Mittenfrequenz $f_M = 100$ kHz und Bandbreite $B = 160$ kHz (160 %). Rechts: zugehörige Momentanfrequenz f_i .

bzw. Mittenfrequenz und Ω die Chirprate. Das eigentliche Chirpsignal ist der Realteil

$$s(t) = \operatorname{Re}\{\psi(t)\} . \quad (4.18)$$

Die *Chirprate* ist definiert als

$$\Omega = \frac{2\pi B}{D} , \quad (4.19)$$

worin D die zeitliche Dauer des Signals und B die Breite des innerhalb der Zeit D überstrichenen Frequenzintervalls ist.

Die Momentanfrequenz f_i wird definiert als:

$$f_i := \frac{1}{2\pi} \frac{d\xi}{dt} = \frac{\omega_M + \Omega t}{2\pi} . \quad (4.20)$$

Diese beschreibt das Frequenzband in dem sich die Signalenergie zu einem gewissen Zeitpunkt konzentriert [17]. Es sei darauf hingewiesen, dass diese Definition der Momentanfrequenz für linear frequenzmodulierte Signale möglich und sinnvoll ist, jedoch nicht im Allgemeinen [18]. Nach klassischer Fouriertheorie muss ein Signal unendlich lange sein um ein beschränktes Spektrum zu haben. Aus diesem Grund existiert der Begriff der Momentanfrequenz im Rahmen der Fouriertheorie nicht.

Wie der Name schon andeutet ändert sich die Momentanfrequenz im Sinne von Gl. (4.20) eines linearen Chirp-Signals linear mit der Zeit. Dabei ist die Chirprate Ω die Steigung der Geraden und die Mittenfrequenz f_M ist in der Mitte des überstrichenen Frequenzintervalls $[f_M - B/2, f_M + B/2]$.

Zunächst werden Chirpsignale mit rechteckiger Amplitudenmodulation betrachtet. Die Amplitudenmodulationsfunktion $a(t)$ ist dann:

$$a(t) = \operatorname{rect}(t/D) = \begin{cases} 1 & \text{für } -D/2 < t \leq D/2 \\ 0 & \text{für sonst} . \end{cases} \quad (4.21)$$

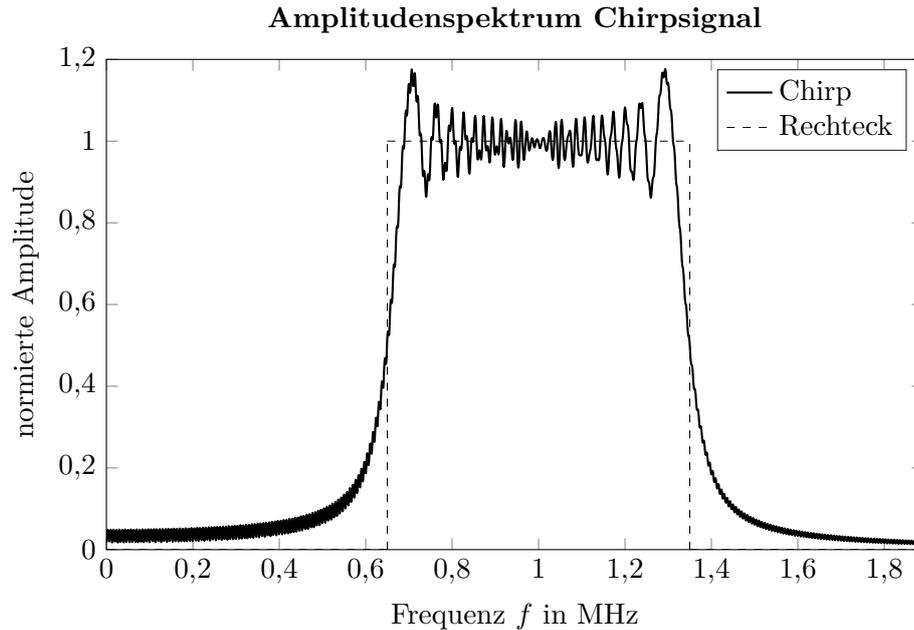


Abbildung 4.5: Amplitudenspektrum eines Chirpsignals der Mittenfrequenz $f_M = 1$ MHz und 70 % Bandbreite. Die Energie des Signals konzentriert sich auf die Frequenzen $f_M - B/2$ bis $f_M + B/2$, wie das entsprechende Rechteckspektrum zeigt.

In der Abb. 4.5 ist das Amplitudenspektrum eines Chirpsignals der Mittenfrequenz $f_M = 1$ MHz und einer Bandbreite von 70 % der Mittenfrequenz gezeigt. Das Spektrum wurde auf die Amplitude bei der Mittenfrequenz normiert. Für Chirpsignale mit hohem Zeit-Bandbreite-Produkt ist die Form der Amplitudenmodulation $a(t)$ eine gute erste Näherung an die Form des Amplitudenspektrums des Chirpsignals wenn das Argument t durch $(f - f_M)/B$ ersetzt wird [17]. Es ist zu sehen, dass die verwendete Rechteck-Amplitudenmodulation auch im Spektrum von Abb. 4.5 als $\text{rect}(\frac{f-f_M}{B})$ wieder zu erkennen ist. Somit entspricht die Bandbreite B_s des Chirpsignals relativ gut der Breite des überstrichenen Frequenzintervalls B :

$$B_s \approx B . \quad (4.22)$$

Die „Oberschwingungen“, die zum Rechteckspektrum zusätzlich auftauchen, sind als *fresnel ripples* bekannt, da sie analytisch als Fresnel-Integrale beschrieben werden können [17].

Für ein Chirpsignal kann somit sowohl die Dauer D als auch die Bandbreite $B_s \approx B = \Omega D$ durch Wahl der Dauer D und der Chirprate Ω nach belieben entworfen werden. Es kann also leicht ein Signal mit hohem Zeit-Bandbreite-Produkt erzeugt werden. Zusammen mit ihrer hohen Korrelationsgüte sind Chirpsignale aus diesem Grund sehr gut als codierte Ansteuersignale geeignet.

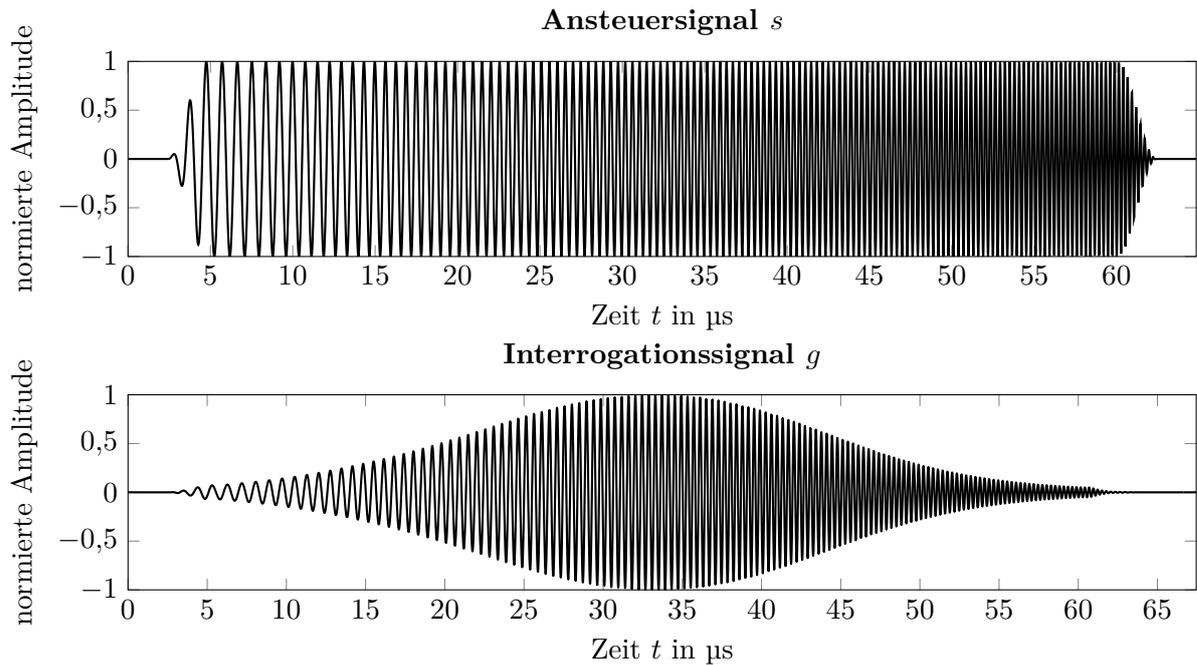


Abbildung 4.6: Oben: Chirpsignal mit $f_M = 2,4 \text{ MHz}$, $B_s = 3,0 \text{ MHz}$, $D = 60 \mu\text{s}$ und einem Tukey-Fenster. Unten: zugehöriges Interrogationssignal g für einen Wandler mit $f_{TM} = 2,44 \text{ MHz}$ und $B_T = 1,3 \text{ MHz}$ nach Abb. 3.10

Übertragung durch einen Ultraschallwandler

Die Auswirkung des Send- und Empfangswandlers wurde bereits in Abschnitt 3.6 erläutert. An dieser Stelle wird der Spezialfall für ein Chirp als Sendesignal behandelt.

Ein Chirpsignal besitzt eine linear ansteigende Momentanfrequenz. Deshalb spiegelt die Einhüllende des transmittierten Chirps den Amplitudengang des Ultraschallwandlers wider. Dies ist in Abb. 4.6 zu sehen. Das Interrogationssignal g wurde durch Faltung des Chirpsignals mit der Impulsantwort h_T der Wandler berechnet.

Wie Abb. 4.7 zeigt, verringert ein piezoelektrischer Ultraschallwandler die Bandbreite des Sendesignals erheblich. Aufgrund des ausgeprägten Bandpassverhaltens eines Ultraschallwandlers ist dies nicht verwunderlich. Dadurch entfernt oder verringert der Wandler gleichzeitig die „Fresnel Ripples“ welche im Chirpsignal sehr ausgeprägt sind. Dies hat den positiven Nebeneffekt reduzierter Nebenkeulen bei der Pulscompression (s. Abschnitt 5.1).

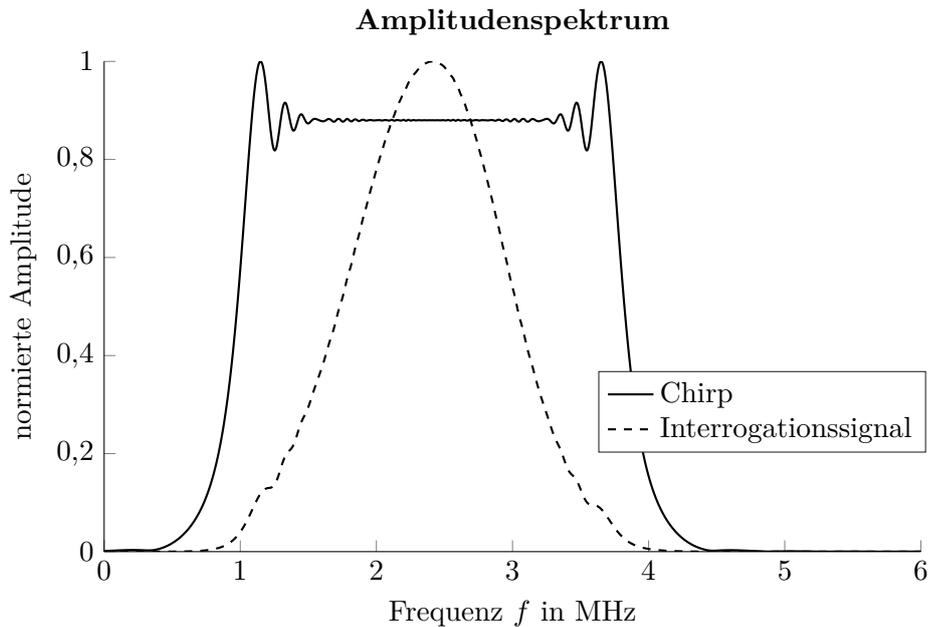


Abbildung 4.7: Amplitudenspektrum des Chirpsignals und des zugehörigen Interrogationssignals nach Abb. 4.6. Die Amplituden sind auf ihr Maximum normiert.

4.6.2 Optimale Bandbreite von Chirpsignalen

Um den Auflösungsanforderungen zu genügen sollte das Interrogationssignal eine möglichst hohe Bandbreite B_g besitzen. Es ist also klar, dass die Bandbreite B_s des Sendesignals höher gewählt werden sollte als die Bandbreite B_T des Wandlers. Ein codiertes Ansteuersignal das zur Pulscompression verwendet wird, dient zur Erhöhung des Signal-Rausch-Verhältnisses (SNR). Es stellt sich die Frage, ob es für die Bandbreite des Sendesignals ein Optimum bezüglich des Signal-Rausch-Verhältnisses gibt.

Pollakowski et al. [19] haben die optimale Bandbreite von Chirpsignalen für ein Pulscompressionsverfahren untersucht. Als Pulscompressionsfilter wurde ein Allpassfilter benutzt der den quadratischen Phasenterm des Chirpsignals kompensiert. Außerdem haben sie angenommen, dass der Ultraschallwandler ein \cos^2 -förmiges Amplitudenspektrum und ein lineares Phasenspektrum aufweist. Des Weiteren wurde der Frequenzgang des Chirpsignals als Rechteck angenähert.

Unter diesen Bedingungen haben die Autoren ein mit der Bandbreite B_s zunächst schnell ansteigendes Signal-Rausch-Verhältnis festgestellt das bei B_{opt} ein Maximum erreicht und anschließend langsam wieder sinkt. Andererseits werden die Nebenkeulen bei Erhöhung der Bandbreite, insbesondere über B_{opt} hinaus, sehr schnell verringert. Dies ist ein Vorteil der ausgenutzt werden kann. Die optimale Bandbreite für das Sendesignal hinsichtlich SNR ist [19]

$$B_{s,\text{opt}} = 1,14B_T . \quad (4.23)$$

Der Wandler reduziert also nicht nur die Bandbreite des Sendesignals, sondern wirkt

sich auch positiv auf ein Pulscompressions-Signal aus indem er Nebenkeulen verringert. Dies ist aus der Radartechnik bekannt. Hier werden unter Anderem \cos^2 -Fenster auf das Sendesignal angewandt um Nebenkeulen zu reduzieren.

Zur Optimierung des Signal-Rausch-Verhältnisses eines Pulscompressionsverfahrens mit Chirp-Signalen, ist es also notwendig die Bandbreite des Sendesignals an die des Wandlers anzupassen. Der Wandler dient gleichzeitig als Filter um Nebenkeulen zu verringern.

4.6.3 Konditionierung von codierten Ansteuersignalen zur Erhöhung der axialen Auflösung

Pulscompressionsverfahren ermöglichen es, gegenüber dem Senden kurzer Pulse, das Signal-Rausch-Verhältnis um ein Vielfaches zu erhöhen. Häufig ist ein Kompromiss zwischen erreichbarer Auflösung und Signal-Rausch-Verhältnis einzugehen. Dies ist auch bei Pulscompressionsverfahren so. Durch korrektes *Konditionieren* der Ansteuersignale [6] kann die erreichbare Auflösung bei einem Pulscompressionsverfahren auf Kosten des Signal-Rausch-Verhältnisses erhöht werden.

Anschaulich ausgedrückt besteht die Konditionierung darin die Frequenzanteile des Sendesignals, die durch den Wandler stärker gedämpft werden, *vor dem Senden zu verstärken*. Dadurch erzeugt der Sendewandler letztendlich ein Interrogationssignal höherer Bandbreite was zu einer besseren Auflösung führt.

Raman und Rao [7] haben beispielsweise Chirpsignale mit einer inversen Gauß-Funktion gewichtet um so ein konditioniertes Ansteuersignal zu erhalten. Dies funktioniert, da der Frequenzgang von Ultraschallwandlern näherungsweise eine Gauß-Funktion ist und die Momentanfrequenz eines Chirps linear ansteigt. Das konditionierte Ansteuersignal wird auch vorverstärktes (engl. pre-enhanced, boosted) Ansteuersignal genannt. In dieser Arbeit werden konditionierte Ansteuersignale mit Hilfe einer hypothetischen Wandler-Impulsantwort h_c höherer Bandbreite erzeugt. Oelze nennt dies zusammen mit spezieller Pulscompression die *Resolution Enhancement Compression* (REC) [6, 20].

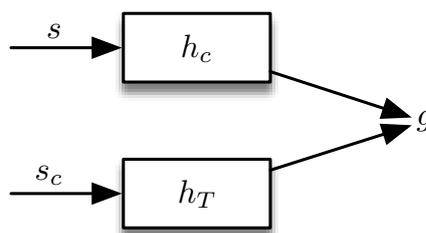


Abbildung 4.8: Zwei Faltungsäquivalente Paare von Wandler-Impulsantworten und Ansteuersignalen

Um ein codiertes Ansteuersignal zu konditionieren, soll die Idee der *Faltungsäquivalenz* nach Abb. 4.8 verwendet werden. Zwei Paare von Funktionen $s_c(t), h_T(t)$ und $s(t), h_c(t)$

werden als faltungsäquivalent bezeichnet wenn

$$s_c(t) * h_T(t) = s(t) * h_c(t) = g(t) . \quad (4.24)$$

Es wird ein hypothetischer, *konditionierter Wandler* mit der Impulsantwort $h_c(t)$ angenommen. Um eine bessere axiale Auflösung zu erreichen, soll dieser eine höhere Bandbreite aufweisen als der reale Wandler $h_T(t)$. Man stelle sich nun vor, das Ansteuersignal $s(t)$ werde über den konditionierten Wandler gesendet und erzeuge dabei das Interrogationssignal $g(t) = s(t) * h_c(t)$. Es stellt sich nun die Frage, mit welchem Signal $s_c(t)$ der reale Wandler angesteuert werden muss um das gleiche Interrogationssignal $g(t)$ zu erzeugen. Kann $s_c(t)$ berechnet werden, so ist dieses das gesuchte, konditionierte Ansteuersignal. Aus Gl. (4.24) erhält man für dieses

$$s_c(t) = s(t) * h_c(t) * h_T^{-1}(t) \quad (4.25)$$

$$\begin{array}{c} \circ \\ | \\ \bullet \\ S_c(\omega) = \frac{S(\omega)H_c(\omega)}{H_T(\omega)} . \end{array} \quad (4.26)$$

Allerdings besitzt die Übertragungsfunktion eines realen Wandlers $H_T(\omega)$ stets eine beschränkte Bandbreite. Dies bedeutet, dass der Amplitudengang außerhalb eines bestimmten Frequenzintervalls gegen Null strebt. Die inverse Übertragungsfunktion $H_T^{-1}(\omega)$ verstärkt deshalb außerhalb dieses Frequenzbereichs überproportional. Die Entfaltung mit dem inversen Filter nach Gl. (4.26) bzw. Gl. (4.25) ist deshalb instabil.

Stattdessen wird das Wiener-Filter zur Dekonvolution von $s_c(t)$ in Gl. (4.24) eingesetzt (s. Abschnitt 5.1.5). Hierzu muss ein geeignetes, hypothetisches Signal-Rausch-Verhältnis angenommen werden. Dieses verhindert die Verstärkung der schlecht konditionierten Frequenzanteile. Um dennoch eine möglichst ungestörte Verstärkung im Signalband zu erzielen, wird das Signal-Rausch-Verhältnis als proportional zu $|H_T(\omega)|^2$ angenommen. Letztendlich wird für das Wiener-Filter zur Dekonvolution von Gl. (4.24) gewählt [6]

$$W_{H_T}(\omega) = \frac{H_T^*(\omega)}{|H_T(\omega)|^2 + |H_T(\omega)|^{-2}} . \quad (4.27)$$

Wird dieses Filter $W_{H_T}(\omega)$ statt des inversen Filters $1/H_T(\omega)$ in Gl. (4.26) eingesetzt, so ergibt sich

$$S_c(\omega) := S(\omega)H_c(\omega)W_{H_T}(\omega) = S(\omega)H_c(\omega)\frac{H_T^*(\omega)}{|H_T(\omega)|^2 + |H_T(\omega)|^{-2}} . \quad (4.28)$$

Anschließend kann das Spektrum $S_c(\omega)$ des konditionierten Ansteuersignals in den Zeitbereich zurücktransformiert werden um das konditionierte Ansteuersignal $s_c(t)$ im Zeitbereich zu erhalten.

Eine solche Konditionierung wurde beispielhaft an einem Chirpsignal durchgeführt und ist in Abb. 4.9 zu sehen. Es sei angemerkt, dass der hierzu angenommene konditionierte

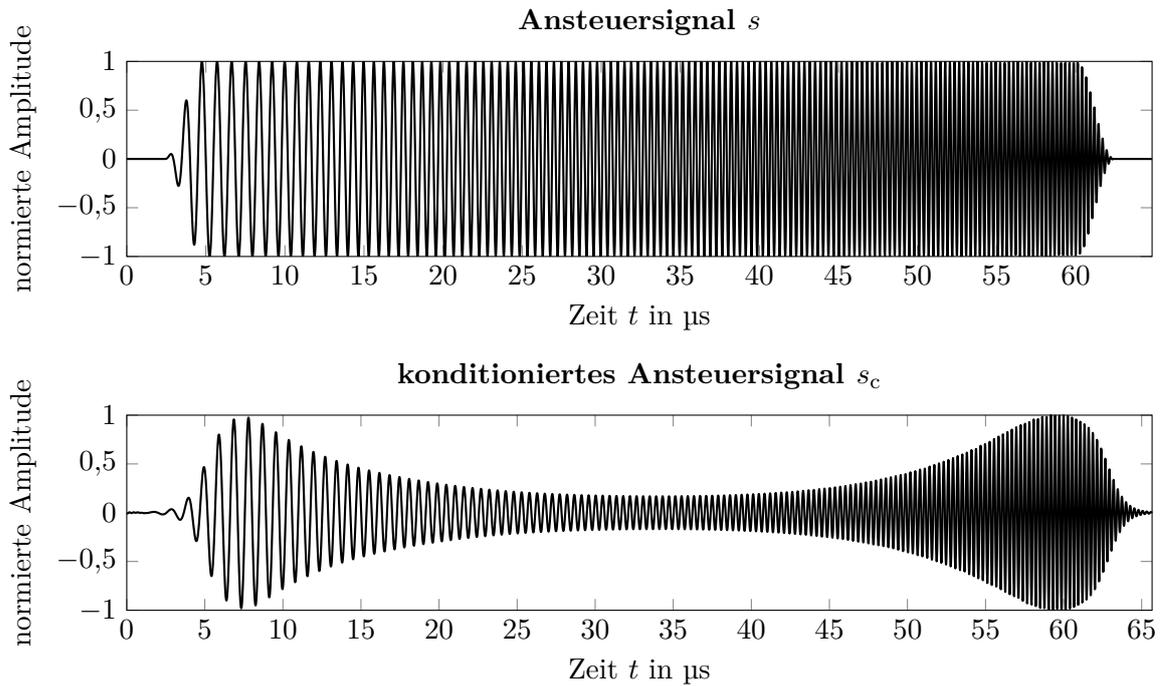


Abbildung 4.9: Oben: Ansteuersignal für konditionierten Wandler h_c . Dieses ist ein Chirpsignal mit $f_M = 2,4 \text{ MHz}$, $B_s = 3,0 \text{ MHz}$, $D = 60 \text{ µs}$ und ein Tukey-Fenster. Unten: faltungsäquivalentes, für den realen Wandler h_T konditioniertes Ansteuersignal s_c .

Wandler h_c der aus Abb. 4.12 ist. Es kann festgestellt werden, dass bei gleicher maximaler Amplitude das konditionierte Ansteuersignal offensichtlich eine wesentlich geringere Energie besitzt. Somit ist wie bereits erwähnt das Signal-Rausch-Verhältnis für dieses geringer.

Allerdings ist die erreichbare Auflösung durch die Bandbreite B_g des Interrogationssignals gegeben. Wie Abb. 4.11 zeigt, wird durch das Konditionieren des Ansteuersignals die Bandbreite des Interrogationssignals deutlich erhöht. Die -6 dB -Bandbreite des Interrogationssignals g_c , welches durch das konditionierte Ansteuersignal entsteht, ist fast doppelt so hoch wie die des unkonditionierten Interrogationssignals. Für dieses ist deshalb eine deutlich höhere Auflösung zu erwarten. Das Konditionieren eines Ansteuersignals erhöht also die axiale Auflösung eines bildgebenden Systems auf Kosten des Signal-Rausch-Verhältnisses.

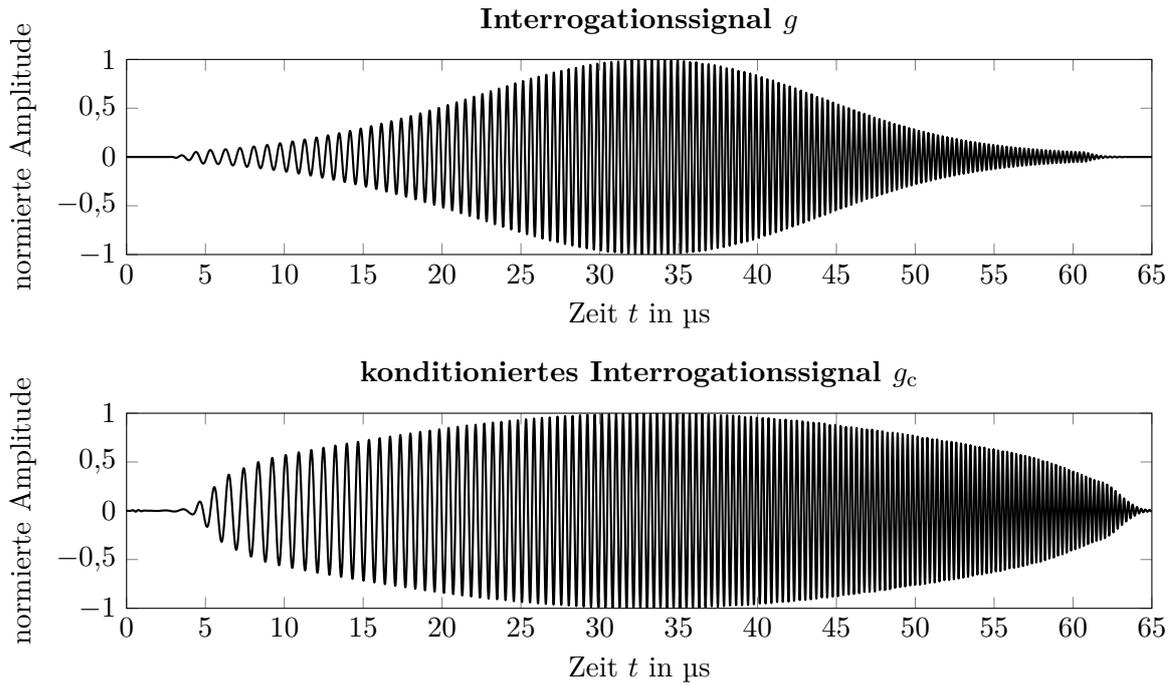


Abbildung 4.10: Zu den Sendesignalen von Abb. 4.9 zugehörige Interrogationssignale. Oben: des nicht konditionierter Chirps, Unten: des konditionierten Chirps.

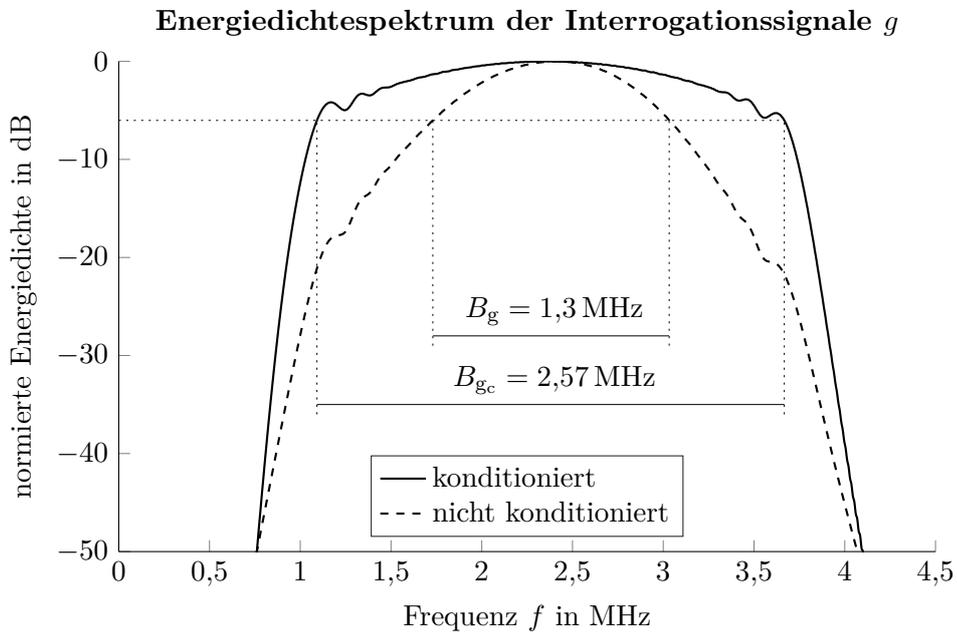


Abbildung 4.11: Energiedichtespektren der beiden Interrogationssignale aus Abb. 4.10. Das Interrogationssignal des konditionierten Chirps besitzt fast die doppelte -6 dB-Bandbreite.

Konditionierter Wandler

Um das konditionierte Ansteuersignal s_c zu berechnen, wird zunächst eine geeignete Impulsantwort h_c eines hypothetischen, „konditionierten Wandlers“ benötigt. Diese kann prinzipiell beliebig gewählt werden. Natürlich sollte sie jedoch möglichst ähnlich zur Impulsantwort h_T des realen Wandlers sein, da sonst die nötige Entfaltung schlecht konditioniert ist. Beispielsweise sollte der konditionierte Wandler weiterhin ein Bandpasssystem sein.

Um bei Kenntnis der Wandler-Impulsantwort h_T eine geeignete konditionierte Impulsantwort zu erhalten, kann eine Fensterfunktion auf diese angewandt werden, also

$$h_c(t) = h_T(t)w(t) , \quad (4.29)$$

wobei $w(t)$ eine geeignete Fensterfunktion ist. Beispielsweise ist das Hanning-Fenster oder Hann-Fenster [21, S. 536]:

$$w(t) = \frac{1}{2} \left(1 - \cos \left(2\pi \frac{t}{T_{\text{end}}} \right) \right) \quad \text{für } 0 \leq t \leq T_{\text{end}} . \quad (4.30)$$

Dies erhöht wie erwünscht die Bandbreite der resultierenden Impulsantwort h_c . In Abb. 4.12 ist die zweiseitige Impulsantwort h_T der verwendeten Wandler zu sehen. Die konditionierte Impulsantwort wurde durch Fensterung mit einem Hanning-Fenster erhalten. Diese beiden sind ebenso in Abb. 4.12 abgebildet. Des Weiteren zeigt Abb. 4.13 den Amplitudengang der beiden Impulsantworten. Es ist ersichtlich, dass die Bandbreite des konditionierten Wandlers deutlich höher ist.

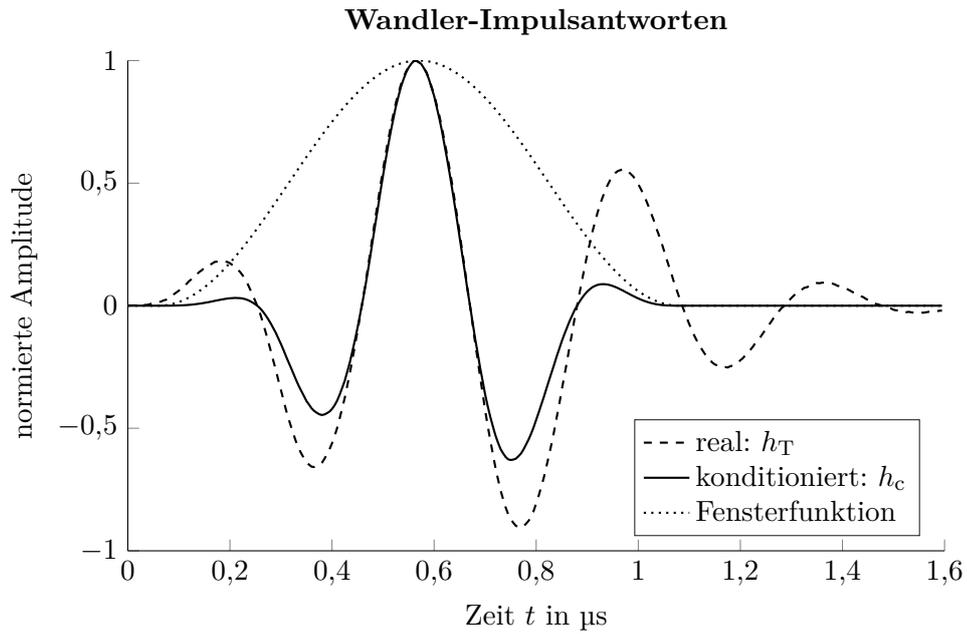


Abbildung 4.12: Die Impulsantwort des erwünschten, konditionierten Wandlers entsteht durch Fensterung der realen Impulsantwort. Die verwendete Fensterfunktion ist ein Hanning-Fenster.

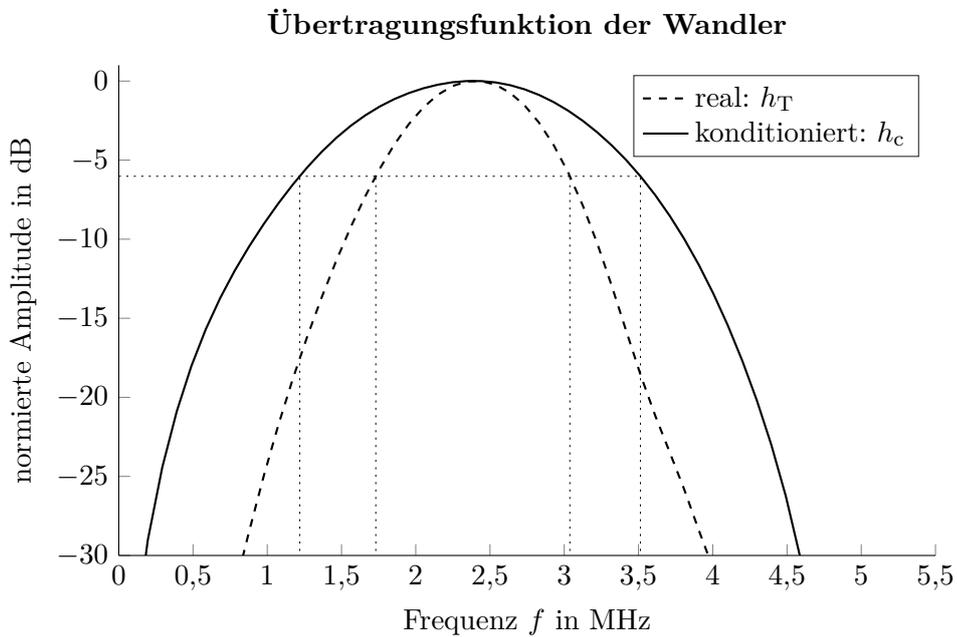


Abbildung 4.13: Amplitudengang der Wandlerübertragungsfunktionen. Die -6 dB-Bandbreite des realen Wandlers ist $B_T = 1,31$ MHz, die des konditionierten Wandlers ist mit $B_c = 2,29$ MHz deutlich höher.

4.6.4 Überlagerung von Chirpsignalen

Zunächst soll idealisierend davon ausgegangen werden, dass die Ultraschallwandler das Signal unverzerrt übertragen, also $h_T(t) = \delta(t)$. Wird ein Chirpsignal nach Gl. (4.17) zur Ansteuerung verwendet, so ist das Empfangssignal in komplexer Notation gegeben durch

$$e(t) = s(t) * h(t) \quad (4.31)$$

$$= \exp\left[j\left(\omega_M t + \Omega t^2/2\right)\right] * \sum_{n=0}^{\infty} E_n \delta(t - t_n) \quad (4.32)$$

$$= \sum_{n=0}^{\infty} E_n \exp\left[j\left(\omega_M(t - t_n) + \frac{\Omega}{2}(t - t_n)^2\right)\right]. \quad (4.33)$$

Die Größen in letzter Gleichung sind aus Abschnitt 3.4 bekannt:

$$E_n = q_{wp} q_{pw} r^{2n}, \quad t_n = nT, \quad (4.34)$$

wobei der Zeitnullpunkt vom Sendezeitpunkt auf $(L - d)/c_w + d/c$ verschoben wurde. Nach Umformen ergibt sich das Signal der überlagerten Chirpsignale

$$e(t) = q_{wp} q_{pw} e^{j\left(\omega_M t + \frac{\Omega}{2} t^2\right)} \sum_{n=0}^{\infty} \left(r^2 e^{j(-\Omega T t - \omega_M T)}\right)^n \left(e^{j\Omega T^2}\right)^{n^2}. \quad (4.35)$$

Da der Reflexionsfaktor r betragsmäßig stets kleiner eins ist, hat die Reihe aus Gl. (4.35) die Form

$$\sum_{n=0}^{\infty} P^n Q^{n^2} \quad \text{mit} \quad P, Q \in \mathbb{Z}, \quad |P| < 1, \quad |Q| = 1. \quad (4.36)$$

Es ist bekannt, dass die Reihe konvergiert. Reihen dieser Gestalt werden in der Mathematik in Zusammenhang mit sogenannten Lambert-Reihen studiert. Jedoch ist es schwierig eine Lösung in geschlossener Form anzugeben. Um eine Näherungslösung zu erhalten wird aus diesem Grund der Exponent des Terms Q^{n^2} linear approximiert:

$$e^{j\Omega n^2 T^2} \approx e^{j2\sqrt{\Omega} n T} \quad \text{für} \quad 0 \leq n \lesssim 10. \quad (4.37)$$

Mit dieser Vereinfachung hat das Empfangssignal e nach Gl. (4.35) die Form einer geometrischen Reihe:

$$e(t) \approx q_{wp} q_{pw} e^{j\left(\omega_M t + \frac{\Omega}{2} t^2\right)} \sum_{n=0}^{\infty} \left(r^2 e^{j(-\Omega T t - \omega_M T + 2\sqrt{\Omega} T)}\right)^n \quad (4.38)$$

$$= \frac{q_{wp} q_{pw}}{1 - r^2 e^{j(-\Omega T t - \omega_M T + 2\sqrt{\Omega} T)}} e^{j\left(\omega_M t + \frac{\Omega}{2} t^2\right)}. \quad (4.39)$$

Der Term $e^{j\left(\omega_M t + \frac{\Omega}{2} t^2\right)}$ ist wieder ein Chirpsignal und kann als Trägerpuls identifiziert werden. Die übrigen Faktoren sind die Einhüllende des Signals. Diese ist periodisch, da sie

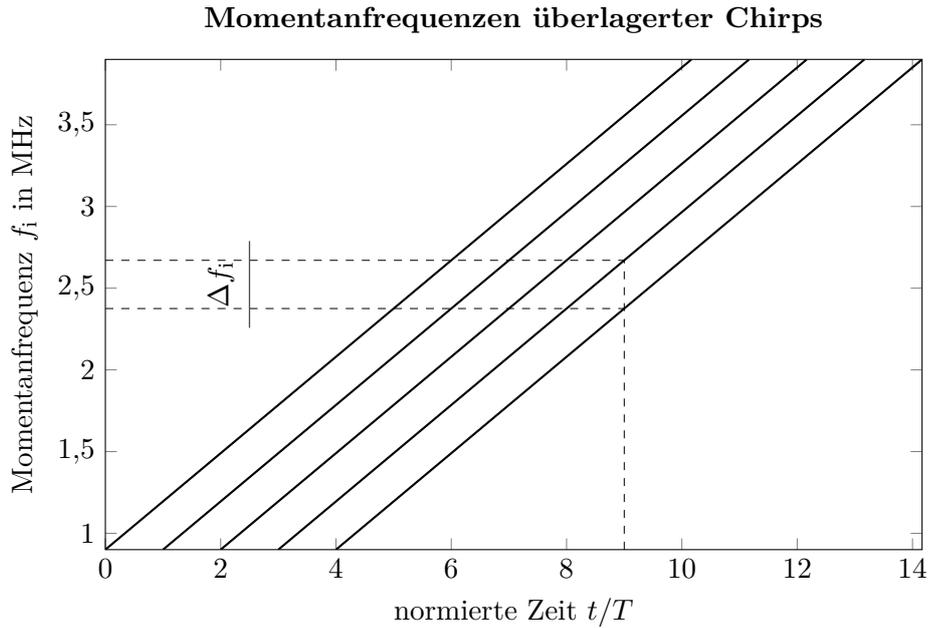


Abbildung 4.14: Momentanfrequenzen f_i von fünf überlagerten Chirpsignalen. Jede Gerade stellt die Momentanfrequenz eines Chirps dar. Der Abstand zwischen den Momentanfrequenzen ist konstant Δf_i

harmonisch zeitabhängig ist. Wie erwartet stellt die Einhüllende also eine Schwebung dar. Die *Schwebungskreisfrequenz* ω_s lässt sich aus dem zeitabhängigen Term identifizieren:

$$\omega_s = \Omega T . \quad (4.40)$$

Entsprechend ist die *Schwebungsperiode*

$$T_s = \frac{2\pi}{\Omega T} . \quad (4.41)$$

Da die Chirprate Ω bekannt ist, lässt sich aus der Schwebungsperiode die Verzögerung T der Mehrfachreflexionen direkt bestimmen als

$$T = \frac{2\pi}{\Omega T_s} . \quad (4.42)$$

Dies wurde in [22] ausgenutzt um Platten zu vermessen. Es stellt sich auch bei dieser Methode zur Bestimmung der Verzögerung T die Frage, welche die minimal messbare Dicke d_{\min} ist. Diese ist proportional zur minimal messbaren Verzögerung T_{\min} , welche nach Gl. (4.42) durch die maximal ermittelbare Schwebungsperiode $T_{s,\max}$ gegeben ist. Letztere wird von der Dauer des Sendesignals eingeschränkt, also

$$T_{s,\max} = D . \quad (4.43)$$

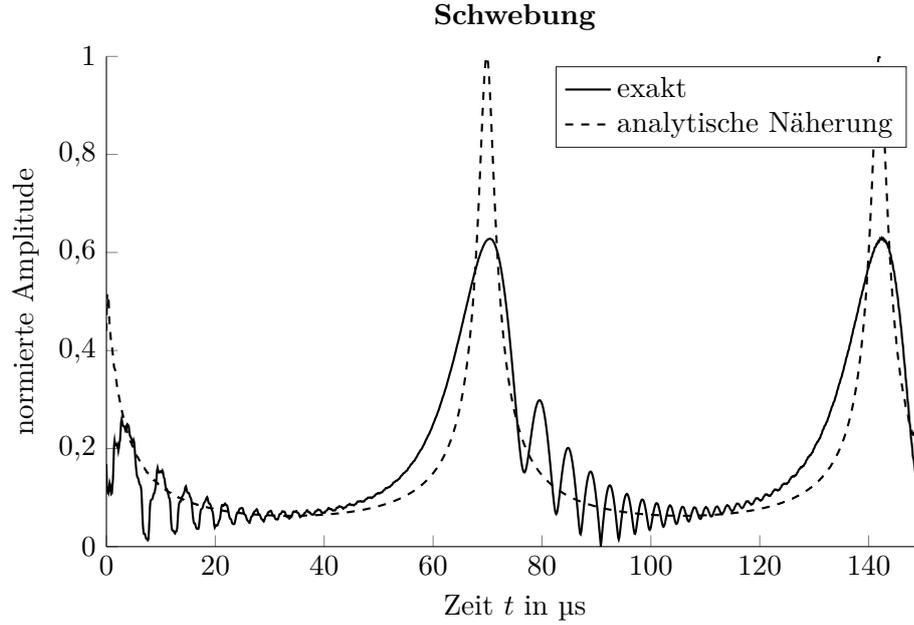


Abbildung 4.15: Einhüllende der überlagerten Chirpsignale als exakte Lösung und als analytische Näherung nach Gl. (4.38). Die Näherung bildet nur die fundamentale Periodizität richtig ab.

Somit erhält man mit der Definitionsgleichung (4.19) für die Chirprate Ω als untere Schranke für die messbare Verzögerung

$$T_{\min} = \frac{2\pi}{\Omega T_{s,\max}} = \frac{2\pi D}{2\pi B D} = \frac{1}{B} . \quad (4.44)$$

Dies bedeutet, dass auch bei dieser Vorgehensweise die minimal messbare Dicke d_{\min} durch die Bandbreite des Sendesignals bestimmt wird. Um dünne Platten zu vermessen, muss die Bandbreite ausreichend groß sein.

Es sei angemerkt, dass in diesem Abschnitt die Auswirkungen des Wandlers nicht berücksichtigt wurden. Aufgrund des Bandpassverhaltens des Wandlers reduziert dieser die Bandbreite des Sendesignals. Da prinzipiell die Bandbreite $B_g < B$ des Interrogations-signals für die minimal messbare Dicke ausschlaggebend ist, verschiebt sich die untere Messschranke in der Praxis nach oben. Diese ist dann genau wie bei konventionellen bildgebenden Verfahren gegeben durch

$$d_{\min} \sim T_{\min} \approx \frac{1}{B_g} > \frac{1}{B} . \quad (4.45)$$

4.6.5 Phasenmodulierte Ansteuersignale

Neben den frequenzmodulierten Chirpsignalen gibt es auch phasenmodulierte codierte Ansteuersignale. Ein Paper von Chiao et al. [16] gibt einen sehr guten Überblick zu

codierten Ansteuersignalen in der Ultraschalltechnik. Die wichtigsten Phasencodes und die Möglichkeiten die sie bieten, sollen in diesem Abschnitt vorgestellt werden. Der Fokus dieser Arbeit liegt allerdings auf den bereits besprochenen Chirpsignalen.

Das Messen mit einem phasenmodulierten Ansteuersignal funktioniert prinzipiell genauso wie mit frequenzmodulierten Signalen. Ein lineares Chirpsignal ist ein kontinuierlich frequenzmoduliertes Signal, da sich die Momentanfrequenz linear und kontinuierlich mit der Zeit ändert. Die phasenkodierten Ansteuersignale sind üblicherweise diskret codiert, d. h. die Phase der komplexen Modulationsfunktion nimmt diskrete Werte an. Der sogenannte *Code* ist eine Folge aus der Symbolmenge. Dieser wird benutzt um die Phase eines Trägersignals zu modulieren, welches beispielsweise ein harmonisches Signal oder ein Rechtecksignal sein könnte. Das Empfangssignal wird anschließend dekodiert.

Es existieren Folgen die nach der Dekodierung eine neue Folge mit höherem Verhältnis von Haupt- zu Nebenkeulen ergeben. Diese werden als *Kompressionsfolgen* (engl. compression codes) [16] bezeichnet, da die Energie der Folge dabei auf einen kurzen Zeitbereich zusammengepresst wird. Genau wie für frequenzmodulierte Ansteuersignale auch, ist für Laufzeitmessungen eine solche Pulskompression nötig.

Die Pulskompression wird auch für Phasencodes üblicherweise mit einem Korrelationsfilter bewerkstelligt. Folgen, deren Autokorrelierte ein Impuls (Dirac-Stoß) ist, werden *perfekte Folgen* genannt. Außer der Impuls-Folge selbst existieren im strengen Sinn jedoch keine perfekten Folgen [15, S. 14]. Es können aber immerhin perfekte Folgen mit periodischer Autokorrelierten konstruiert werden.

Abschwächend kann gefordert werden, dass der Code eine Folge mit lediglich „guten“ Korrelationseigenschaften sein soll. Eine solche Folge wird als *Korrelationsfolge* bezeichnet. Eine Folge hoher Korrelationsgüte bezeichnet eine Folge mit hohem Haupt-Nebenmaximums-Verhältnis (side lobe level, SLL) und Merit-Faktor (MF). Üblicherweise wird gleichzeitig eine hohe Energieeffizienz η gefordert.

Für eine Folge $s(n)$ bezeichnet $\varphi_{ss} = s(t) * s(-t)$ die Autokorrelierte (s. Abschnitt 5.1.1) und N die Länge der Folge. Das *Haupt-Nebenmaximums-Verhältnis* (SLL) wird definiert als

$$\text{SLL} = \frac{\varphi_{ss}(0)}{\max_{1 \leq n \leq N} |\varphi_{ss}(n)|} . \quad (4.46)$$

Der *Merit Faktor* (MF) ist das Verhältnis der Energie im Hauptmaximum zur Energie in den Nebenmaxima

$$\text{MF} = \frac{|\varphi_{ss}|^2}{\sum_{n=1}^{N-1} |\varphi_{ss}(n)|^2} . \quad (4.47)$$

Die *Energieeffizienz* η einer Folge bezeichnet das Verhältnis der Energie dieser Folge zur maximal möglichen Energie bei beschränkter Magnitude der Folgeelemente

$$\eta = \frac{\sum_{n=0}^{N-1} |s(n)|^2}{N \cdot \max_{0 \leq n \leq N-1} |s(n)|^2} . \quad (4.48)$$

In der Systemmesstechnik können Korrelationsfolgen s zur Messung der Impulsantwort h genutzt werden, wenn die Autokorrelierte nahe genug an einem idealen Impuls ist. Dann gilt

$$s(t) * h(t) * s(-t) = \varphi_{ss} * h(t) . \quad (4.49)$$

Die Werte, welche die Glieder der Folge annehmen können werden als *Symbole* bezeichnet und werden aus der Symbolmenge entnommen. Ist die Symbolmenge endlich, so handelt es sich um eine *algebraische Folge*. Solche Folgen können auf einfache Weise erzeugt werden [15, S. 31] und sind deshalb weit verbreitet. Die üblichste Symbolmenge zur Phasenkodierung in der Ultraschalltechnik ist $\{e^{j2\pi n/N}\}$, mit $n, N \in \mathbb{N}$, $0 < n \leq N$ [16]. Mit einem Polynom in einem endlichen Körper p -ter Ordnung (auch Galois-Feld, Körper mit zyklischer Addition mod p und Multiplikation mod p) können beispielsweise die Glieder von algebraischen Folgen berechnet werden. Wird ein Polynom r -ten Grades zur Erzeugung verwendet, so wiederholen sich die Glieder spätestens nach $N = 2^r - 1$. So erzeugte Folgen der Länge N werden als Maximalfolgen oder auch *m-Folgen* bezeichnet da sie die maximale Länge aufweisen. Sie gehören zu den *Pseudozufallsfolgen* (auch *Pseudo-Noise-Folgen*) weil sie in einer Periode statistische Eigenschaften von Zufallsfolgen aufweisen. Allerdings sind sie völlig deterministischen Charakters.

Da das Signal in der Praxis nicht periodisch gesendet wird, sind häufig die Folgen mit aperiodischem, gutem Korrelationsverhalten von Relevanz. Die einfachsten und wichtigsten Codes sind die *bipolaren, binären Codes*. Für diese entstammen die Symbole der Menge $\{1, -1\}$ und sind somit besonders einfach zu realisieren. Außerdem haben sie die maximale Energieeffizienz 1.

Die wichtigsten Phasencodes in der Ultraschalltechnik sind die Barker-Codes und Komplementärfolgen (oft auch Golay-Codes). Diese sind aperiodische, binäre Folgen mit hoher Korrelationsgüte.

Barker-Code

Barker-Folgen [15, S. 113] sind bipolare, binäre Folgen. Ihre Symbolmenge ist also $\{1, -1\}$. Die Autokorrelierte einer Barker-Folge hat Nebenkeulen die betragsmäßig kleiner gleich eins sind. Dementsprechend ist das Haupt-Nebenmaximums-Verhältnis für eine Barkerfolge der Länge N gerade seine Länge: $SLL = N$.

Die längste bekannte Barker-Folge hat die Länge $N = 13$. Es gibt aber längere Binärfolgen mit höherem SLL als Barker-Folgen. Solche Folgen wurden beispielsweise durch Lindner mittels eines Rechner-Suchverfahrens gefunden [15, S. 114].

Komplementärfolgen

Komplementärfolgen [15, S. 141] sind ein *Satz an Folgen*, dessen Summe der Autokorrelationsfunktionen an allen Punkten außer dem Nullpunkt verschwindet. Die Forderungen an die Korrelationseigenschaften werden also gelockert. Die Autokorrelierte soll nicht mehr notwendigerweise ein Impuls sein, sondern lediglich die Summe der Autokorrelierten. In

diesem Sinne sind Komplementärfolgen *perfekte Folgen* und ihre Synthese ist besonders übersichtlich.

Die einfachsten Komplementärfolgen sind Paare von bipolaren, binären Folgen. Diese Codes werden von manchen Autoren [16] auch als *Golay-Codes* bezeichnet. Golay hat ein Paar solcher Komplementärfolgen konstruiert und in der optischen Spektroskopie eingesetzt.

Die Glieder eines Satzes von Komplementärfolgen können zu einem Vektor zusammengefasst werden. Der Satz an Folgen kann dann als eine vektorwertige Folge betrachtet werden. Solche Folgen werden als *Wolti-Folgen* oder *Wolti-Codes* bezeichnet [15, S. 141]. Die Eigenschaften und Syntheseverfahren für Wolti-Folgen gelten also auch für Komplementärfolgen.

Nachdem ein Trägersignal mit einem Satz von Komplementärfolgen moduliert wurde, kann dieses zur Messung eingesetzt werden. Die Signale der einzelnen Folgen müssen dabei über unterschiedliche Kanäle möglichst *gleicher Eigenschaften* gesendet werden, beispielsweise über einen physikalischen Kanal im Zeitmultiplex oder Frequenzmultiplex. Wird ein Zeitmultiplex eingesetzt, so sollte der Übertragungskanal (Messsystem) über den Sendezeitraum als zeitinvariant betrachtet werden können.

Impulsäquivalente Folgen

Impulsäquivalente Folgen, oder auch *Huffman-Folgen* [23, S. 123], besitzen eine Autokorrelierte die überall bis auf den Nullpunkt und den Rändern verschwindet. Sie sind entweder reell oder komplex und sind deshalb aufwändiger zu implementieren als binäre Folgen. Komplexwertige Huffman-Folgen haben eine höhere Energieeffizienz, müssen aber beispielsweise im Quadraturverfahren gesendet werden.

Periodische Korrelationsfolgen

Bisher wurden Folgen mit gutem aperiodischem Korrelationsverhalten betrachtet. In der Messtechnik kann eine Folge mit perfekter periodischer Autokorrelationsfunktion eingesetzt werden indem eine entsprechende Folge wiederholt gesendet wird [15, S. 13]. Die Kreuzkorrelierte des Empfangssignals mit dem Sendesignal zeigt dann bis auf die erste und letzte Wiederholung ein perfektes Korrelationsverhalten. Daher muss die Folge mindestens drei Mal gesendet werden um das erwünschte Korrelationsverhalten in der zweiten Wiederholung feststellen zu können.

5 Signalverarbeitung

Das empfangene Ultraschallsignal besteht aus einer Überlagerung von mehreren zeitverzögerten Echos. Zur Messung der Dicke von Platten muss diese Verzögerung der Echos aus dem Empfangssignal extrahiert werden. Hierzu ist eine geeignete Signalverarbeitung notwendig. Werden codierte Ansteuersignale verwendet, so muss eine Pulskompression durchgeführt werden. Alternativ könnte eine Trennung der einzelnen Echos vorgenommen werden. Eine weitere Möglichkeit ist die Anwendung eines inversen Verfahrens. In diesem Kapitel werden die theoretischen Grundlagen für die erforderliche Signalverarbeitung gelegt.

5.1 Pulskompression

*„Not with a Bang, but a Chirp“
- B. M. Oliver (Bell Lab. Mem. 1951)*

Wird zur Ansteuerung des Ultraschallwandlers ein codiertes Signal (s. Abschnitt 4.6) verwendet so muss zur Laufzeitmessung eine Pulskompression durchgeführt werden. Dies „presst“ die Energie des empfangenen Signals auf einen wesentlich kürzeren Zeitraum zusammen und ermöglicht so die Bestimmung von Laufzeiten.

Das Verfahren der Pulskompression stammt ursprünglich aus der Radartechnik, in der eine analoge Problemstellung auftritt [14]. Im Vergleich zu Radar, sind die Wandler in der ultraschallbasierten Bildgebung jedoch sehr schmalbandig, was zusätzlich Einschränkungen mit sich bringt.

Idealerweise sollte ein perfekter Impuls als komprimierte Signalform erreicht werden, was jedoch aufgrund der endlichen Bandbreite des Interrogationssignals nicht möglich ist. Die Halbwertsbreite des Pulses kann als Maß für die axiale Auflösung angesehen werden (s. Abschnitt 3.7).

Neben dem erwünschten Hauptmaximum (Hauptkeule), welches der komprimierte Puls ist, entstehen bei der Pulskompression stets auch Nebenmaxima (Nebenkeulen). Diese sind nicht erwünscht und das Pulskompressionsfilter muss so ausgelegt werden, dass sie möglichst gering ausfallen. Werden die Nebenmaxima reduziert, so geht dies typischerweise auf Kosten der axialen Auflösung. Ein Maß für die Höhe der Nebenmaxima ist das *Haupt-Nebenmaximums-Verhältnis* bzw. der *Nebenkeulenpegel* (side lobe level, SLL). Letzterer ist das Verhältnis des größten Nebenmaximums zum Hauptmaximum in Dezibel. Für ein Pulskompressionssignal mit Hauptkeule der Höhe C_{\max} und dem größten

Nebenmaximum N_{\max} ist der Nebenkeulenpegel

$$\text{SLL} = 20 \log\left(\frac{C_{\max}}{N_{\max}}\right) \text{dB} . \quad (5.1)$$

Pulskompression ist üblicherweise eine *lineare Operation*. Soll das Signal $g(t)$ mit dem *Pulskompressionsfilter* $k(t)$ komprimiert werden, so kann dies ganz allgemein geschrieben werden als

$$c(\tau) = g(t) * k(t) . \quad (5.2)$$

Dabei bezeichnet $c(\tau)$ die komprimierte Signalform. Üblicherweise interessiert der Zeitpunkt an dem der komprimierte Puls in $c(\tau)$ auftaucht. Dies ist nämlich gerade die Signallaufzeit. In der Ultraschalltechnik handelt es sich stets um Bandpasssignale die kein eindeutiges Maximum haben, sondern oszillieren. In der Regel ist auch $c(\tau)$ ein solches Signal. Aus diesem Grund wird zur Auswertung die *Einhüllende* des komprimierten Signals gebildet. Hierzu kann der Betrag der Hilbert-Transformierten herangezogen werden. Mit $\mathcal{H}\{\}$ als Notation für die *Hilbert-Transformation* ist das *Pulskompressionssignal*

$$\mathcal{C}(\tau) = |\mathcal{H}\{c(\tau)\}| . \quad (5.3)$$

Aufgrund der Linearität dieses Verfahrens gilt das Superpositionsprinzip. Deshalb ist das Pulskompressionssignal \mathcal{C}_{ges} mehrerer Echos eine Überlagerung der Pulskompressionssignale \mathcal{C}_i der einzelnen Echos. Für zwei empfangene Echos $e_i(t) = E_i g(t - t_i)$, mit den Amplitudenfaktoren E_i und den Laufzeiten t_i , ist das Empfangssignal

$$e(t) = E_0 g(t - t_0) + E_1 g(t - t_1) . \quad (5.4)$$

Das zugehörige Pulskompressionssignal ergibt sich als

$$\mathcal{C}_{\text{ges}}(\tau) = \mathcal{C}_0(\tau) + \mathcal{C}_1(\tau) = E_0 \mathcal{C}(\tau - t_0) + E_1 \mathcal{C}(\tau - t_1) \quad (5.5)$$

$$= |\mathcal{H}\{E_0 g(\tau - t_0) * k(\tau)\}| + |\mathcal{H}\{E_1 g(\tau - t_1) * k(\tau)\}| . \quad (5.6)$$

Demnach tritt in $\mathcal{C}_{\text{ges}}(\tau)$ zu allen Zeitpunkten $\tau = t_i$ bei denen ein Echo empfangen wird ein ausgeprägtes Maximum auf. Um Nebenmaxima nicht fälschlicherweise als empfangenes Echo zu werten, müssen diese kleiner sein als ein vorgegebener Schwellwert. Es ist also darauf zu achten, dass der Nebenkeulenpegel des Pulskompressionsverfahrens niedrig genug ist. Bei der Dickenmessung von Platten ist nur dann der Zeitversatz zwischen den Echos eindeutig aus dem Abstand zwischen den Maxima ermittelbar.

Um eine gute axiale Auflösung (Δt), ein gutes Haupt-Nebenmaximums-Verhältnis (SLL) und ein gutes Signal-Rausch-Verhältnis (SNR) zu erreichen ist es wichtig das Pulskompressionsfilter $k(t)$ geeignet zu entwerfen. Hierzu gibt es mehrere Möglichkeiten die im Folgenden vorgestellt werden.

5.1.1 Korrelationsfilter

Das *Korrelationsfilter* wird auch als *signalangepasstes Filter* (eng. *matched filter*) oder *konjugiertes Filter* bezeichnet. Dieses bildet die Kreuzkorrelationsfunktion zwischen dem Empfangssignal und dem Sendesignal. Zunächst wird der Begriff der Korrelationsfunktion nach [10, S. 203] erläutert.

Die Korrelationsfunktion

Die Korrelation zweier Signale $s(t)$ und $g(t)$ ist ein Ähnlichkeitsmaß zwischen diesen. Sie wird aus der quadratischen Abweichung der Energie der normierten Signale heraus definiert [10, S. 205]. Zunächst werden die normierten Signale

$$s_n(t) = \frac{s(t)}{\sqrt{E_s}} \qquad g_n(t) = \frac{g(t)}{\sqrt{E_g}} \qquad (5.7)$$

eingeführt. Hierin ist $E_s = \int_{-\infty}^{\infty} s^*(t)s(t) dt$ die Energie des Signals $s(t)$, entsprechendes gilt für E_g . Mit \bullet^* wird das Konjugiert-Komplexe bezeichnet. Nun kann die Energie der quadratischen Abweichung berechnet werden als

$$E_{\Delta} = \int_{-\infty}^{\infty} |s_n(t) - g_n(t)|^2 dt = \int_{-\infty}^{\infty} [s(t) - g(t)]^* [s(t) - g(t)] dt \qquad (5.8)$$

$$= 2 - 2 \operatorname{Re} \left\{ \frac{\int_{-\infty}^{\infty} s^*(t)g(t) dt}{\sqrt{E_s E_g}} \right\}. \qquad (5.9)$$

Der Ausdruck in den Klammern von Gl. (5.9) ist der normierte Korrelationskoeffizient zwischen den Signalen $s(t)$ und $g(t)$. Im Folgenden wird der nicht normierte Korrelationskoeffizient verwendet. Dieser ist durch den Integralausdruck in Gl. (5.9) gegeben. Der Korrelationskoeffizient ist, wie aus der Definitionsgleichung heraus ersichtlich, eng mit den Signalenergien verknüpft.

Wird der Korrelationskoeffizient für die um den Parameter τ gegeneinander zeitverscho-benen Signale berechnet, so wird die so entstandene Funktion von τ als *Korrelationsfunktion* bezeichnet [10, S. 206]. Diese wird geschrieben als

$$\varphi_{sg}(\tau) := \int_{-\infty}^{\infty} s^*(t)g(t + \tau) dt. \qquad (5.10)$$

Zwischen Korrelationsfunktion und Faltung besteht ein enger Zusammenhang. Es gilt, dass

$$\varphi_{sg}(\tau) = s^*(-\tau) * g(\tau). \qquad (5.11)$$

Die Bildung der Korrelationsfunktion ist nicht kommutativ. Vielmehr ist

$$\varphi_{sg}(\tau) = \varphi_{gs}^*(-\tau). \qquad (5.12)$$

Für die Kreuzkorrelationsfunktion gilt

1. $|\varphi_{sg}(\tau)| \leq \sqrt{E_s E_g}$
2. $\varphi_{sg}(0) = \sqrt{E_s E_g}$ für maximale Ähnlichkeit, also $s(t) = ag(t)$, mit $a \in \mathbb{R}_+$
3. $\varphi_{sg}(0) = -\sqrt{E_s E_g}$ für maximale Unähnlichkeit, also $s(t) = -ag(t)$, mit $a \in \mathbb{R}_+$

4. $\varphi_{sg}(0) = 0$ für orthogonale Funktionen $s(t)$ und $g(t)$,
5. Die Fouriertransformierte ist das Kreuzenergiedichtespektrum Φ_{sg} :

$$\varphi_{sg}(\tau) \circ\text{---}\bullet \Phi_{sg}(f) = S^*(f)G(f) . \quad (5.13)$$

Wird die Korrelationsfunktion eines Signals mit sich selbst gebildet, so wird dies als *Autokorrelationsfunktion* $\varphi_{ss}(\tau)$ oder Autokorrelierte bezeichnet. Zur Unterscheidung nennt man die Korrelation zwischen zwei verschiedenen Signalen *Kreuzkorrelation* $\varphi_{sg}(\tau)$ oder Kreuzkorrelierte.

Einige Eigenschaften der Autokorrelationsfunktion sind:

1. Sie ist eine gerade Funktion: $\varphi_{ss}(\tau) = \varphi_{ss}^*(-\tau)$.
2. Der Maximalwert ist bei $\tau = 0$ und entspricht gerade der Energie E_s des Signals, also

$$\varphi_{ss}(0) = \int_{-\infty}^{\infty} |s(\tau)|^2 dt = E_s . \quad (5.14)$$

3. Für ein Signal endlicher Länge hat die Autokorrelierte die doppelte Breite.
4. Die Fouriertransformierte ist das Energiedichtespektrum Φ_{ss} :

$$\varphi_{ss}(\tau) \circ\text{---}\bullet \Phi_{ss}(f) = S^*(f)S(f) = |S(f)|^2 . \quad (5.15)$$

Korrelation als Empfangsfilter

Am Eingang eines Empfangsfilters $k(t) \circ\text{---}\bullet K(f)$ liege das Empfangssignal

$$g_n(t) = g(t) + n(t) \quad (5.16)$$

an, wobei $g(t)$ das Nutzsignal und $n(t)$ ein störendes, weißes Rauschen ist. Dann gilt für das Ausgangssignal $c_n(t)$ des Empfangsfilters

$$c_n(t) = g_n(t) * k(t) = g(t) * k(t) + n(t) * k(t) \quad (5.17)$$

$$= c(t) + n_r(t) , \quad (5.18)$$

mit dem Nutzsignalanteil $c(t) = g(t) * k(t)$ und dem Störsignalanteil $n_r(t) = n(t) * k(t)$. Dieses Signal wird zum Zeitpunkt $t = T$ abgetastet, womit

$$c_n(T) = c(T) + n_r(T) . \quad (5.19)$$

Um ein optimales Filter $k(t)$ zu entwerfen wird von diesem Abtastzeitpunkt (beliebig ist) ein maximales Signal-Rausch-Verhältnis (SNR) der Momentanleistungen gefordert. Die Momentanleistung des Nutzsignals ist

$$S_c = |c(T)|^2 . \quad (5.20)$$

Die momentane Leistung des Rauschanteils $n_r(t)$ beträgt mit der Leistungsdichte N_0 des weißen Rauschens $n(t)$

$$N = N_0 \int_{-\infty}^{\infty} |k(t)|^2 dt . \quad (5.21)$$

Wird das Faltungsprodukt von $c(t) = g(t) * k(t)$ ausgeschrieben, so ist das Signal-Rausch-Verhältnis

$$\text{SNR} = \frac{S_c}{N} = \frac{\left| \int_{-\infty}^{\infty} k(t)g(T-t) dt \right|^2}{N_0 \int_{-\infty}^{\infty} |k(t)|^2 dt} \quad (5.22)$$

$$= \frac{S_c E_g}{N E_g} = \frac{E_g}{N_0} \frac{\left| \int_{-\infty}^{\infty} k(t)g(T-t) dt \right|^2}{E_k E_g} . \quad (5.23)$$

Mit der zeitgespiegelten und konjugiert komplexen Funktion $\bar{g}(T+t) = g^*(T-t)$ gilt für den Faktor in Gl. (5.23)

$$\left| \int_{-\infty}^{\infty} k(t)g(T-t) dt \right|^2 = \left| \int_{-\infty}^{\infty} [r^*(t)\bar{g}(T+t)]^* dt \right|^2 \quad (5.24)$$

$$= |\varphi_{k\bar{g}}^*(T)|^2 \leq E_k E_{\bar{g}} = E_k E_g . \quad (5.25)$$

Um das Signal-Rausch-Verhältnis zu maximieren muss der Betrag der Kreuzkorrelierten $|\varphi_{k\bar{g}}^*| = |\varphi_{k\bar{g}}|$ maximal gewählt werden. Dies ist bei größter Ähnlichkeit von k und \bar{g} gegeben. Somit wird das Filter $k(t)$ gewählt als

$$k(t) = a\bar{g}(T+t) = ag^*(T-t) \quad \text{mit} \quad a \in \mathbb{R} \setminus \{0\} . \quad (5.26)$$

Dieses bezüglich des SNR optimale Filter ist die gewichtete und zeitgespiegelte Signalform des Empfangssignals und wird deshalb *signalangepasstes Filter* genannt. Der Abtastzeitpunkt T kann prinzipiell beliebig gewählt werden. Damit dieses Filter kausal ist, muss T jedoch größer als die Dauer des Empfangssignals $g(t)$ gewählt werden, also

$$T \geq D_g . \quad (5.27)$$

Die Energien von \bar{g} und g sind gleich. Somit gilt mit den Gln. (5.25) und (5.23) für das Signal-Rausch-Verhältnis am Ausgang des signalangepassten Filters

$$\text{SNR} = \frac{S_c}{N} = \frac{E_g}{N_0} . \quad (5.28)$$

Das Signal-Rausch-Verhältnis hängt also nur von der Energie des Nutzsignals $g(t)$ am Eingang des Empfangsfilters und von der Rauschleistungsdichte ab, nicht jedoch von der Form des Signals $g(t)$. Dies bedeutet, dass das signalangepasste Filter unabhängig vom Ansteuersignal optimal bezüglich des SNR ist, bei codierten Ansteuersignalen insbesondere auch *unabhängig von der Kodierung*. Es ist jedoch nur für den Fall von weißem Rauschen optimal, da es hierfür ausgelegt wurde.

Im störungsfreien Fall, also $n(t) = 0$, wird am Ausgang des angepassten Filters das Signal

$$c(t) = g(t) * ag^*(T - t) = a\varphi_{gg}(t - T) \quad (5.29)$$

empfangen. Dies ist die skalierte und verschobene Autokorrelationsfunktion. Deshalb wird das signalangepasste Filter auch als *Korrelationsfilter* bezeichnet.

Die Fouriertransformierte des Korrelationsfilters ist

$$k(t) = ag^*(T - t) \quad (5.30)$$



$$K(f) = aG^*(f)e^{-j2\pi Tf} . \quad (5.31)$$

Daher stammt auch der Name *konjugiertes Filter*.

Muss die Pulskompression nicht in Echtzeit erfolgen, so kann das Empfangssignal zunächst aufgezeichnet werden und die Pulskompression anschließend erfolgen. Dadurch muss das Kompressionsfilter $k(t)$ nicht mehr kausal sein. Nachfolgend wird der Einfachheit halber $T = 0$ und $a = 1$ gesetzt. Das Korrelationsfilter ist damit

$$k(t) = g^*(-t) . \quad (5.32)$$

Wird das um die Laufzeit t_0 zeitverzögerte und um E_0 gedämpfte, rauschfreie Signal $e(t) = E_0g(t - t_0)$ empfangen, so ist das komprimierte Signal mit diesem Filter

$$c(\tau) = e(\tau) * g^*(-\tau) = \varphi_{ge}(\tau) \quad (5.33)$$

$$= E_0g(\tau - t_0) * g^*(-\tau) = E_0\varphi_{gg}(\tau - t_0) . \quad (5.34)$$

Die Autokorrelierte hat ihr Maximum immer im Zeitursprung. Daher ist das Maximum für φ_{ge} genau bei der Signallaufzeit $\tau = t_0$. Wie für ein Pulskompressionsverfahren erwartet kann also hieraus die Signallaufzeit ermittelt werden.

Es sei darauf hingewiesen, dass in der Literatur die Übertragungsstrecke häufig als ideal angenommen wird und das Empfangsfilter dann auf das Sendesignal $s(t)$ angepasst wird, also $k(t) = s^*(-t)$. Beim Einsatz von breitbandigen Signalen in der Ultraschalltechnik werden durch den Wandler bei der Übertragung jedoch erhebliche Verzerrungen hervorgerufen. Deshalb ist das Empfangsfilter bei einem solchen Vorgehen nicht wirklich „angepasst“, was sich auf den Nebenkeulenpegel auswirkt. Es kann also sinnvoll sein stattdessen an das Interrogationssignal $g(t)$ anzupassen. Hierzu muss zusätzlich zum Sendesignal auch die Impulsantwort $h_T(t)$ der Wandler bekannt sein, denn $g(t) = s(t) * h_T(t)$. Ein solches Vorgehen ist allerdings empfindlich auf Abweichungen der angenommenen Wandlerimpulsantwort gegenüber der realen. Eine stabilere Methode um den Nebenkeulenpegel zu reduzieren ist der Einsatz eines „Mismatched-Filters“ (s. Abschnitt 5.1.2).

Der Korrelationsfilter verstärkt das Nutzsignal stärker als das Rauschen. Aus diesem Grund ergibt sich am Ausgang des Korrelationsfilters ein höheres Signal-Rausch-Verhältnis als am Eingang. Das SNR am Ausgang ist um das Zeit-Bandbreite-Produkt DB höher als am Eingang [4].

Beziehung zwischen der Korrelation eines reellen Signals und dessen analytischen Signals

Für ein reelles Signal $s(t)$ ist das zugehörige analytische Signal

$$\psi(t) = s(t) + j\mathcal{H}\{s(t)\} = \mu(t)e^{j\omega_0 t} , \quad (5.35)$$

mit der Trägerkreisfrequenz f_0 und der komplexen Modulationsfunktion $\mu(t) \circ \bullet M(f)$. Das reelle Signal ist wiederum gegeben durch

$$s(t) = \text{Re}\{\psi(t)\} . \quad (5.36)$$

Die Autokorrelationsfunktion des analytischen Signals kann als Funktion der Modulationsfunktion $\mu(t)$ bzw. $M(f)$ geschrieben werden [4]:

$$\varphi_{\psi\psi}(\tau) = e^{j\omega_0\tau} \int_{-\infty}^{\infty} \mu^*(t)\mu(t+\tau) dt \quad (5.37)$$

$$= e^{j\omega_0\tau} \int_{-\infty}^{\infty} |M(f)|^2 e^{j2\pi f\tau} df . \quad (5.38)$$

Sie hängt also ausschließlich von der Modulationsfunktion ab und nicht von der Trägerfrequenz. Für die Autokorrelationsfunktion des reellen Signals gilt [4]

$$\mathcal{C}(\tau) = |\mathcal{H}\{\varphi_{ss}(\tau)\}| = \frac{1}{2} |\varphi_{\psi\psi}(\tau)| . \quad (5.39)$$

Korrelation von Chirpsignalen

Da in dieser Arbeit Chirpsignale verwendet werden, soll an dieser Stelle noch speziell der Korrelations-Empfang von Chirpsignalen betrachtet werden.

Das Chirpsignal in komplexer Notation nach Gl. (4.17) mit rechteckiger Amplitudenmodulation ist

$$\psi(t) = \text{rect}\left(\frac{t}{D}\right) e^{j\frac{\Omega}{2}t^2} e^{j\omega_M t} = \mu(t)e^{j\omega_M t} \quad \text{für} \quad -\frac{D}{2} \leq t \leq \frac{D}{2} , \quad (5.40)$$

mit $\omega_M = 2\pi f_M$ als Mittenkreisfrequenz bzw. Mittenfrequenz, Ω als Chirprate und $\mu(t)$ als komplexe Modulationsfunktion. Die Mittenkreisfrequenz ist gleichzeitig auch die Trägerkreisfrequenz.

Für das signalangepasste Filter ist das komprimierte Signal bis auf eine Zeitverschiebung und Skalierung die Autokorrelierte. Für Chirpsignale nach Gl. (5.40) ist die Autokorrelierte in der Literatur angegeben als [17]

$$\varphi_{\psi\psi}(\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} \psi^*(t)\psi(t+\tau) dt = e^{j\omega_M\tau} \int_{-\infty}^{\infty} \mu^*(t)\mu(t+\tau) dt \quad (5.41)$$

$$= D \frac{\sin\left[\pi B\tau\left(1 - \frac{|\tau|}{D}\right)\right]}{\pi B\tau} e^{j\omega_M\tau} . \quad (5.42)$$

Es handelt sich also um ein harmonisches Signal, dessen Amplitudenmodulation näherungsweise eine sinc-Funktion ist. Eine Frequenzmodulation ist nicht mehr vorhanden. Die Einhüllende hiervon ist das Pulskompressionssignal $\mathcal{C}(\tau)$. Dieses kann bestimmt werden als

$$\mathcal{C}(\tau) = \frac{1}{2} |\varphi_{\psi\psi}| = \frac{D}{2} \frac{|\sin[\pi B \tau (1 - \frac{|\tau|}{D})]|}{\pi B |\tau|} . \quad (5.43)$$

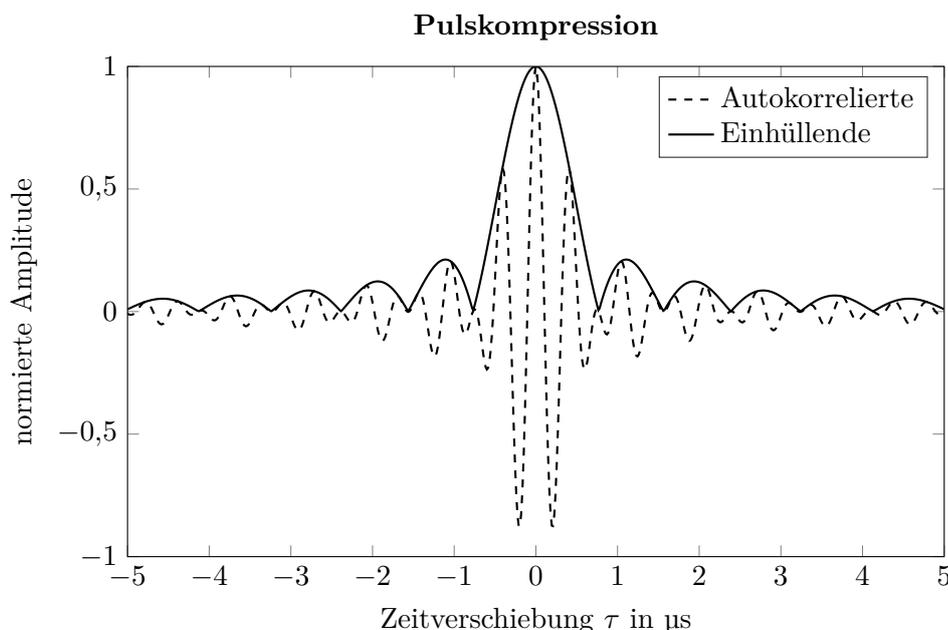


Abbildung 5.1: Ausschnitt aus der normierten Autokorrelationsfunktion eines Chirpsignals mit $f_M = 2,4 \text{ MHz}$, $B = 55 \%$ und rechteckiger Amplitudenmodulation $a(t)$

Abb. 5.1 zeigt die auf die Signalenergie normierte Autokorrelierte eines Chirpsignals und dessen Einhüllende. Die $|\text{sinc}|$ -ähnliche Form ist klar zu erkennen. Die Anzahl der Schwingungsperioden in einer Keule ist durch das Verhältnis von Mittenfrequenz zu Bandbreite gegeben.

Das signalangepasste Filter besitzt für ein Chirpsignal einen relativ hoher Nebenkeulenpegel von

$$\text{SLL} = -13,2 \text{ dB} . \quad (5.44)$$

In der Ultraschallbildgebung wird häufig ein Nebenkeulenpegel von unter -45 dB verlangt [6]. Für die Dickenmessung von Platten könnte schon ein höherer Nebenkeulenpegel ausreichen. Um diesen zu reduzieren kann statt des signalangepassten Filters ein sogenannter *mismatched Filter* angewandt werden.

5.1.2 Mismatched-Filter

Für die hohen Nebenkeulen im Pulskompressionssignal $\mathcal{C}(t)$ eines Ansteuersignals $\psi(t)$ gibt es zwei Gründe. Zum Einen sind scharfe Kanten an den Bandrändern des Ampli-

tudenspektrums des Signals $\psi(t)$ dafür verantwortlich und zum Anderen eine etwaige überlagerte Welligkeit desselben. Für ein Chirpsignal ist das Amplitudenspektrum die Einhüllende des Chirps mit einer überlagerten Welligkeit (fresnel ripples) [17]. Ein Chirpsignal mit rechteckiger Amplitudenmodulation besitzt also ein näherungsweise rechteckiges Amplitudenspektrum, welches im Zeitbereich eine sinc-Funktion darstellt. Diese hat inhärenterweise Nebenkeulen.

Die Welligkeit des Spektrums erzeugt im Zeitsignal überlagerte, zeitversetzte Echos gleicher Signalform [17]. Für ein Chirpsignal mit rechteckiger Amplitudenmodulation sind diese überlagerten Echos auch sinc-Funktionen. Ihre Amplituden sind proportional zur Amplitude der Welligkeit. Die Welligkeit im Spektrum erzeugt also auch Nebenkeulen im Pulskompressionssignal. Während die steile Flanke maßgeblich für die Nebenkeulen nahe der Hauptkeule verantwortlich ist, bewirkt die Welligkeit, dass auch die weiter entfernten Nebenkeulen ausgeprägt sind.

Um die Nebenkeulen zu reduzieren liegt es nahe, das Amplitudenspektrum des Korrelationsfilters oder des Sendesignals mit einer Fensterfunktion zu wichten. Dadurch können die Flanken weniger steil gemacht werden. Außerdem wird die Welligkeit, welche hauptsächlich an den Flanken auftaucht, verringert. Für ein Chirpsignal kann diese Wichtung wegen der linearen Momentanfrequenz auch im Zeitbereich erfolgen. Ein signalangepasstes Filter mit gewichtetem Amplitudenspektrum wird als *mismatched Filter* bezeichnet. Der Mismatched-Filter hat zwei Nachteile. Erstens wird das Signal-Rausch-Verhältnis im Vergleich zum signalangepassten Filter geringfügig reduziert, nämlich um ca. 1 dB [4]. Der Grund für diese kleine Reduktion ist, dass die reine Amplitudenwichtung den Phasengang des Filters nicht verändert. Der zweite Nachteil besteht in einer Verbreiterung der Hauptkeule.

Der Frequenzgang eines Mismatched-Filters ist mit der reellen Fensterfunktion $W(f)$ und dem Signal $\psi(t) \circ \bullet \Psi(f)$ gegeben durch

$$K(f) = W(f)\Psi^*(f) . \quad (5.45)$$

Das zugehörige komprimierte Signal ist damit

$$c(t) \circ \bullet \Psi(f)K(f) = W(f)\Psi(f)\Psi^*(f) = W(f)|\Psi(f)|^2 . \quad (5.46)$$

Da das Chirpsignal über seine Bandbreite ein annäherungsweise rechteckiges Spektrum besitzt, kann die Wichtungsfunktion $W(f)$ als Fouriertransformierte des erwünschten komprimierten Signals entworfen werden

$$W(f) \bullet \circ c_{\text{erwünscht}}(t) . \quad (5.47)$$

Durch ein solches Vorgehen wird angenommen, dass $|\Psi(f)|^2 = 1$ ist. Deshalb ist garantiert, dass der Phasengang des entworfenen Filters konjugiert ist zum Signalspektrum $\Psi(f)$. Demnach ist lediglich der Amplitudengang „nicht angepasst“.

Die Amplitudenwichtung zur Reduktion der Nebenkeulen kann auch im Zeitbereich erfolgen. Mit der Fensterfunktion $w(t)$ im Zeitbereich und dem Konjugiert-Komplexen \bullet^* , kann ein Mismatched-Filter auch entworfen werden als

$$K^*(f) \bullet \circ \psi(t)w(t) . \quad (5.48)$$

In Abschnitt 5.1.1 wurde bereits erwähnt, dass der Ultraschallwandler die Nebenkeulen des Kompressionssignals verringert. Das Passbandverhalten des Wandlers führt eine Amplitudenwichtung des Sendesignals aus. Es wirkt sich also ähnlich aus wie die Anwendung einer Fensterfunktion auf das Sendesignal.

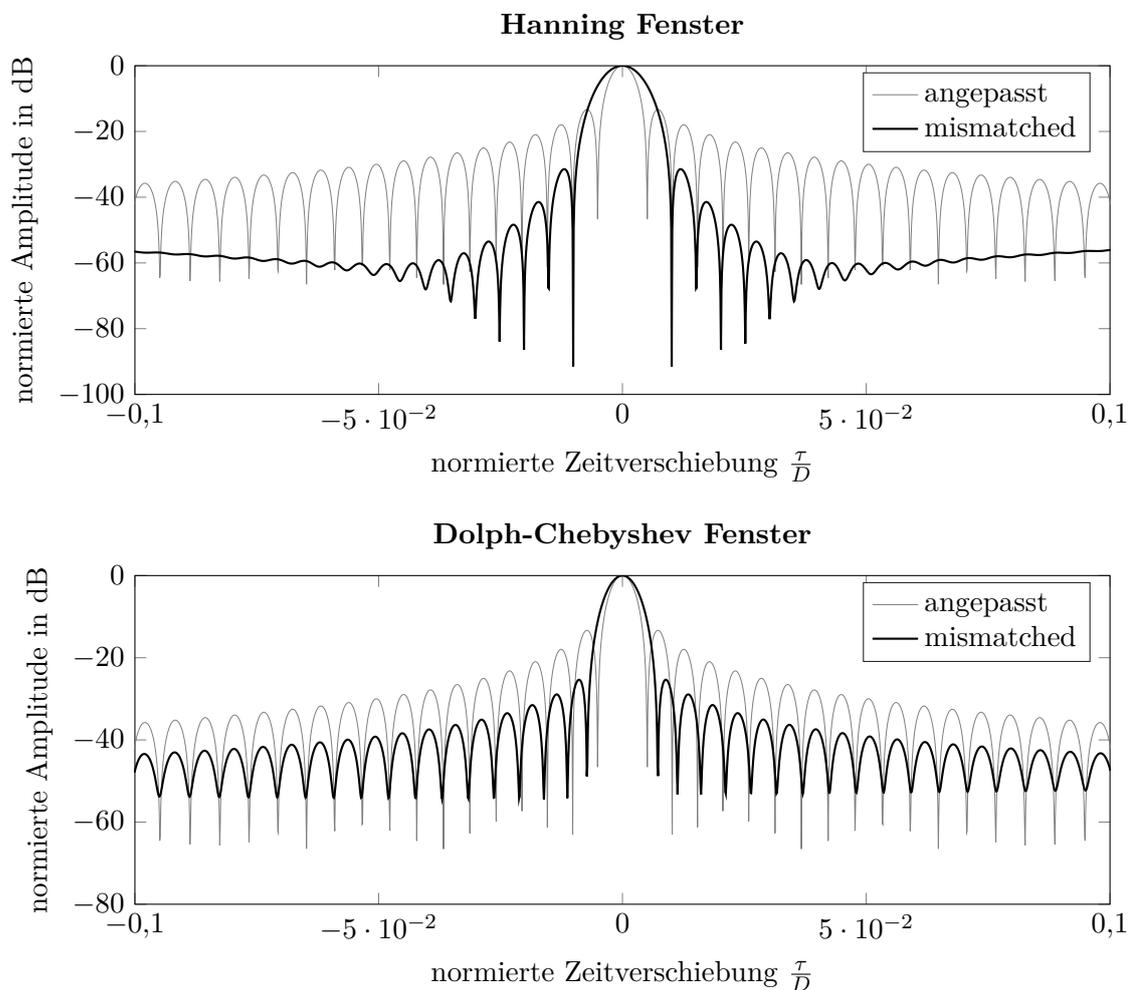


Abbildung 5.2: Oben: Pulskompressionssignal für ein Mismatched-Filter mit Hanning Fenster. Unten: Pulskompressionssignal für ein Mismatched-Filter mit Dolph-Chebyshev Fenster für einen Nebenkeulenpegel von -30 dB. Die Fensterung mit dem Dolph-Chebyshev Fenster weist eine deutlich schmalere Hauptkeule auf.

In der Radar- und Ultraschalltechnik wurden viele verschiedene Fensterfunktionen mit unterschiedlichen Eigenschaften studiert. Die am häufigsten verwendeten sind Hanning-, Hamming-, Tukey-, Kaiser-, Blackman- und Dolph-Chebyshev-Fenster. Letzteres weist eine minimale Hauptkeulenbreite bei vorgegebenem Nebenkeulenpegel auf und verringert insbesondere die Nebenkeule in der Nähe der Hauptkeule [17]. Da dünne Platten vermessen werden sollen, bei denen die Mehrfachreflexionen zeitlich nahe beieinander liegen, ist das für diese Anwendung eine gute Eigenschaft.

Durch Einsatz eines \cos^2 -Fensters und eines Gauß-Fensters kann der Nebenkeulenpegel sogar auf unter -100 dB verringert werden [24]. Dies geht jedoch auf Kosten einer Erhöhung der Pulsbreite um etwa das 6-Fache.

Abb. 5.2 zeigt beispielhaft die Pulskompressionssignale für zwei verschiedene Mismatched-Filter. Die Fensterfunktionen wurden auf das Sendesignal im Zeitbereich angewandt.

5.1.3 Generalisiertes signalangepasstes Filter

Das Korrelationsfilter oder signalangepasste Filter wurde für weißes Rauschen ausgelegt. Dies kann auf farbiges Rauschen erweitert werden, indem zuerst ein „pre-whitening Filter“ angewandt wird und anschließend das Korrelationsfilter auf das verzerrte Signal angepasst wird [4]. Die Übertragungsfunktion des generalisierten signalangepassten Filters ist

$$K(f) = \frac{\Psi^*(f)}{\Phi_{\text{nn}}(f)}, \quad (5.49)$$

wobei $\Psi(f)$ wie bisher das Signal ist, an welches das Filter angepasst werden soll, während $\Phi_{\text{nn}}(f)$ die spektrale Leistungsdichte des (nicht weißen) Rauschens ist.

Durch kleine Inhomogenitäten des Materials und der Geometrie des abzubildenden Objekts werden viele Echos geringer Amplitude empfangen. Diese können im Allgemeinen durch das bildgebende System nicht aufgelöst werden und erscheinen deshalb wie Rauschen auf dem Bild. Dies wird *Bildgrauton* genannt und ist nicht stochastischer Natur, da er bei jeder Messung einer bestimmten Platte gleich ist und die Intensität von der Sendeleistung abhängt [4]. Allerdings ist die Phase des Bildgrautons statistisch verteilt. Wird ausschließlich Bildgrauton $\Phi_{\text{nn}}(f) \sim \Psi(f)\Psi^*(f)$ als „Rauschen“ für das generalisierte signalangepasste Filter angesetzt, so ergibt sich gerade das inverse Filter [4] welches im nächsten Abschnitt behandelt wird.

5.1.4 Inverses-Filter

Das empfangene Signal ist

$$e(t) = g(t) * h(t), \quad (5.50)$$

mit dem Interrogationssignal $g(t)$ und der Impulsantwort $h(t)$ der zu vermessenden Platte. Das bildgebende System soll $h(t)$ rekonstruieren, also

$$h(t) = e(t) * g^{-1}(t) \quad (5.51)$$

$$\begin{array}{c} \circ \\ | \\ \bullet \\ H(f) = \frac{E(f)}{G(f)}. \end{array} \quad (5.52)$$

Dies bedeutet, dass im rauschfreien Fall das optimale Filter zur Bildgebung das *inverse Filter* ist [4]

$$K(f) = \frac{1}{G(f)}. \quad (5.53)$$

Das Interrogationssignal $g(t)$ ist ein Bandpasssignal. Deshalb verstärkt das inverse Filter außerhalb des Signalbandes unendlich stark und ist somit instabil. Bei einem solchen Vorgehen würde überwiegend das in einem realen System stets vorhandene Rauschen verstärkt werden. Das inverse Filter ist in dieser Form also nicht realisierbar.

Da das inverse Filter innerhalb des Signalbandes dämpft, außerhalb aber verstärkt, erhöht es die Bandbreite des Bildsignals $h(t)$. Somit wird eine bessere axiale Auflösung erreicht. Dies geschieht jedoch auf Kosten des Signal-Rausch-Verhältnisses.

5.1.5 Wiener-Filter

Um die Problematik des inversen Filters zu überwinden, kann ein *Wiener-Filter* eingesetzt werden. Dieses ist so entworfen, dass die Fehlerquadrate zum erwünschten Signal minimiert werden. In diesem Sinne ist es ein Optimalfilter, da eine optimale Rauschunterdrückung erreicht wird. Für Rauschen $n(t)$ das von der Impulsantwort $h(t)$ der Platte unkorreliert ist, kann das Wiener-Filter im Frequenzbereich geschrieben werden als [25, S. 443]

$$K(f) = \frac{\Phi_{hh}(f)G^*(f)}{\Phi_{hh}G^*(f)G(f) + \Phi_{nn}(f)} \quad (5.54)$$

$$= \frac{G^*(f)}{|G(f)|^2 + \frac{\Phi_{nn}(f)}{\Phi_{hh}(f)}}. \quad (5.55)$$

Mit dem Signal-Rausch-Verhältnis

$$\text{SNR}(f) = \frac{\Phi_{hh}(f)}{\Phi_{nn}(f)}, \quad (5.56)$$

in Abhängigkeit der Frequenz ergibt sich

$$K(f) = \frac{G^*(f)}{|G(f)|^2 + 1/\text{SNR}(f)}. \quad (5.57)$$

Für ein gutes Signal-Rausch-Verhältnis, also $\text{SNR} \rightarrow \infty$, entspricht das Wiener-Filter dem inversen Filter, da für dieses gilt

$$\lim_{\text{SNR} \rightarrow \infty} K(f) = \lim_{\text{SNR} \rightarrow \infty} \frac{1}{G(f)} \cdot \frac{|G(f)|^2}{|G(f)|^2 + 1/\text{SNR}(f)} = \frac{1}{G(f)}. \quad (5.58)$$

Hingegen ist für ein geringes Signal-Rausch-Verhältnis $\text{SNR}(f) \ll 1$ das Filter näherungsweise

$$K(f) = \frac{\text{SNR}(f)}{\text{SNR}(f)G^*(f)G(f) + 1}G^*(f) \quad (5.59)$$

$$\stackrel{\text{SNR} \ll 1}{\approx} \text{SNR}(f)G^*(f). \quad (5.60)$$

Somit verhält sich das Wiener-Filter für schlechtes Signal-Rausch-Verhältnis näherungsweise wie das Korrelationsfilter $K(f) \approx |\text{SNR}(f)|G^*(f)$. Verrauschte Spektralanteile werden gemäß ihres Signal-Rausch-Verhältnisses gedämpft.

Wenn das Signal-Rausch-Verhältnis es erlaubt, verhält sich das Wiener-Filter wie das Inverse. Deshalb erhöht es auf die selbe Art und Weise die Bandbreite des Bildsignals $h(t)$ und verbessert somit die Auflösung gegenüber dem Korrelationsfilter.

Das generalisierte signalangepasste Filter bei Berücksichtigung von Bildgrauton sowie zusätzlichem Rauschen ergibt [4]

$$K(f) = \frac{G^*(f)}{k_c |G(f)|^2 + \Phi_{\text{nn}}(f)}, \quad (5.61)$$

wobei $\Phi_{\text{nn}}(f)$ die spektrale Leistungsdichte des Rauschens ist und k_c die Intensität des Bildgrautons. In diesem Fall ergibt sich also aus dem generalisierten signalangepassten Filter das Wiener-Filter. Dieses ist bezüglich SNR das optimale Filter für die Bildgebung. Allerdings beträgt der Verlust an SNR eines Korrelationsfilters im Vergleich zum Wiener-Filter nur 0,48 dB, der des inversen Filters 1,4 dB [4]. Der Verlust an axialer Auflösung kann jedoch deutlich sein.

Ein großer Nachteil für den praktischen Einsatz des Wiener-Filters in der Ultraschallbildung ist, dass wenigstens eine Näherung für das Signal-Rausch-Verhältnis bekannt sein muss. Insbesondere die spektrale Leistungsdichte der Plattenimpulsantwort ist nicht bekannt [26] und ist abhängig vom Prüfling. In der Praxis kann dies durch eine Abschätzung ersetzt werden. Häufig wird auch ein konstantes Leistungsdichtespektrum $\Phi_{\text{hh}}(f) = \Phi_{\text{hh0}}$ angenommen [4].

In der Ultraschallbildung kann es vorteilhaft sein folgende Darstellung für das Wiener Filter zu wählen [6]

$$K(f) = \frac{G^*(f)}{|G(f)|^2 + \gamma/\text{SNR}(f)}, \quad (5.62)$$

wobei der Parameter γ geeignet zu wählen ist. Durch hohe γ kann ein besseres SNR erreicht werden, kleine γ hingegen erzielen eine bessere axiale Auflösung und geringere Nebenkeulen. Da genaue Aussagen über das Signal-Rausch-Verhältnis $\text{SNR}(f)$ schwierig sind, wird dieser Term häufig abgeschätzt als [27]

$$\frac{\gamma}{\text{SNR}(f)} \stackrel{!}{=} 10^{-2} |G(f)|_{\text{max}}^2, \quad (5.63)$$

wobei $|G(f)|_{\text{max}}^2$ die maximale spektrale Leistungsdichte des Interrogationssignals bezeichnet.

5.1.6 L1-Norm Entfaltung

Das Wiener-Filter minimiert die L2-Norm der Abweichung des tatsächlichen Signals zum modellierten Signal. Xin und Bilgutay [28] schlagen vor stattdessen die L1-Norm zu minimieren. Damit könnte eine bessere Auflösung und größere Robustheit erreicht werden.

5.1.7 Fraktionale Fouriertransformation

Eine weitere Möglichkeit zur Pulskompression von linearen Chirpsignalen ist die *Fraktionale Fourier-Transformation* (FrFT) [2]. Die konventionelle Fourier-Transformation (FT) ermöglicht die Transformation vom Zeitbereich t in den Frequenzbereich f . Die FrFT erlaubt es, ein Signal in einen beliebigen Zwischenbereich t_α zwischen Zeit und Frequenz zu transformieren.

Die *Wigner-Ville-Distribution* verteilt den Energiegehalt des Signals auf die Zeit-Frequenz-Ebene [29]. Anschaulich stellt die FrFT eine Drehung dieser Distribution dar. Die konventionelle FT entspricht einer Drehung um 90° . Mit der FrFT wird eine Drehung um einen beliebigen Winkel $\theta \in [-\pi, \pi]$ erreicht. Der Parameter

$$\alpha = \frac{2}{\pi} \theta \quad \in [-2, 2] \quad (5.64)$$

wird dabei als *Ordnung* der Transformation bezeichnet.

Die Fraktionale Fourier-Transformation für das Signal $x(t)$ ist definiert durch [2]

$$X_\alpha(t_\alpha) = \int_{-\infty}^{\infty} x(t) K_\alpha(t_\alpha, t) dt, \quad (5.65)$$

mit dem Transformationskern

$$K_\alpha(t_\alpha, t) = K_\theta e^{j\pi(t_\alpha^2 \cot \theta - 2t_\alpha t \csc \theta + t^2 \cot \theta)} \quad (5.66)$$

$$K_\theta = |\sin(\theta)|^{-1/2} e^{\frac{-j\pi \operatorname{sgn}(\sin \theta)}{4} + j\frac{\theta}{2}}. \quad (5.67)$$

Dieser entspricht für $\alpha = 1 \Leftrightarrow \theta = 90^\circ$ der konventionellen Fourier-Transformation und für $\alpha = -1 \Leftrightarrow \theta = -90^\circ$ der inversen Fourier-Transformation.

Um eine maximale Kompression der Chirpsignale zu erzielen, muss die Transformations-Ordnung α an die Chirprate angepasst werden. Diese beträgt [2]

$$\alpha_{\text{opt}} = -\frac{2}{\pi} \tan^{-1}\left(\frac{\pi}{\Omega}\right). \quad (5.68)$$

Es ist anzumerken, dass lediglich die Chirprate des gesendeten Signals bekannt sein muss um die optimale Ordnung der Transformation zu bestimmen. Dies ist üblicherweise immer gegeben. Die transformierte $X_{\alpha_{\text{opt}}}(t_{\alpha_{\text{opt}}})$ des Chirpsignals besitzt minimale Breite auf der FrFT-Achse $t_{\alpha_{\text{opt}}}$. Um den erhaltenen Puls zurück in die Zeit $t = t_{\alpha=0}$ zu transformieren, kann dieser durch einfache Trigonometrie auf die Zeitachse t projiziert werden. Ist $\mathcal{C}_{\alpha_{\text{opt}}}$ der komprimierte Puls in der fraktionalen Zeit $t_{\alpha_{\text{opt}}}$, dann ist der Puls in der Zeit t

$$\mathcal{C}_0(t) = \mathcal{C}_{\alpha_{\text{opt}}}(t_{\alpha_{\text{opt}}}) \cos(\theta). \quad (5.69)$$

Das Auflösungsvermögen der Pulskompression mittels FrFT wurde von Zhang et. al [30] untersucht. Die -6 dB-Breite des komprimierten Pulses ist in der selben Größenordnung wie die des signalangepassten Filters. Diese beträgt $\Delta t \approx 1/B$, wobei B die Bandbreite des Chirpsignals ist.

Während die Pulskompression mittels signalangepasstem Filter nur näherungsweise eine sinc-Funktion ist, besitzt das Kompressionssignal der FrFT genau diese Form. Wie bereits erwähnt weist die sinc-Funktion hohe Nebenkeulenpegel von $-13,2$ dB auf. Deshalb müssen auch bei Kompression mittels FrFT Methoden zur Reduktion der Nebenkeulen eingesetzt werden. Analog zum signalangepassten Filter kann hierzu das Signal vor der Kompression mit einer Fensterfunktion gewichtet werden [30].

Im Gegensatz zum signalangepassten Filter könnte die FrFT statt zur *Pulskompression* auch zur *Trennung* der zeitlich überlappenden Echos eingesetzt werden [29]. Dabei wird zunächst eine FrFT der gleichen Ordnung α_{opt} durchgeführt. In diesem Zwischenbereich, in welchem die Chirpsignale in $t_{\alpha_{\text{opt}}}$ am schmalsten sind, überlappen sich die Echos nicht mehr. Es kann eine Fensterung angewendet werden um die Signale zu trennen. Anstelle der geometrischen Projektion von $t_{\alpha_{\text{opt}}}$ auf die Zeitachse t , kann anschließend eine inverse FrFT durchgeführt werden. Dies ist äquivalent zur FrFT der Ordnung $\alpha = -\alpha_{\text{opt}}$. Dadurch erhält man die einzelnen Chirpsignale welche im Empfangssignal enthalten sind.

5.1.8 MUSIC-Algorithmus (SCM)

Fujiwara et al. [31] schlagen zur Pulskompression von Chirpsignalen den *Multiple Signal Classification Algorithmus* (MUSIC-Algorithmus) vor. Der MUSIC-Algorithmus ist aus der Lokalisierung von Schallquellen bekannt. Das vorgeschlagene Verfahren nennen die Autoren „Super Resolution FM-Chirp Correlation Method“ (SCM).

Hierfür werden Chirpsignale mit leicht unterschiedlicher Mittenfrequenz wiederholt gesendet. Anschließend wird eine Kovarianzmatrix der Empfangssignale aufgestellt. Durch Lösen des entstehenden Eigenwertproblems könnte theoretisch ein Pulskompressionssignal mit höherer Auflösung ermittelt werden als durch einfacher Korrelation. Allerdings ist der nicht-ideale Frequenzgang der Wandler für dieses Verfahren problematisch. Ohne Berücksichtigung des Wandlerverhaltens konnte keine Verbesserung der Auflösung erreicht werden.

5.2 Parametrisches Modell

Zur Messung der Plattendicke muss die Impulsantwort $h(t)$ der Platte bestimmt werden. Eine häufig eingesetzte Methode ist das Abschätzen der freien Parameter eines *parametrischen Modells* [21, S. 890], welches die Impulsantwort bzw. die Übertragungsfunktion annähern soll. Dies wird auch *Systemidentifikation* genannt.

Bisher wurden bildgebende Methoden betrachtet. Diese benötigen keinerlei Modell des Übertragungsverhaltens der Platte, sondern lediglich Information über das Interrogationssignal. Im Fall der Dickenmessung von Platten ist bekannt, dass die Zeitverzögerung T zwischen den empfangenen Echos stets konstant ist. Dies ist wertvolle *a priori Information* die bei einem bildgebenden Verfahren nicht ausgenutzt wird. Durch Anpassen der Parameter eines Modells ist diese Information bereits im Modell enthalten. Es ist zu erwarten, dass dadurch eine höhere Genauigkeit und Auflösung erzielt werden kann. Aus diesem Grund soll an dieser Stelle eine solche Möglichkeit betrachtet werden.

Da die rationale Übertragungsfunktion eine wichtige Klasse von Übertragungsfunktionen darstellt, wird häufig das Signalmodell als solche angesetzt. Allgemein hat diese die Form

$$\tilde{H}(f) = \tilde{H} \frac{\prod_{k=0}^m (j2\pi f - n_k)}{\prod_{k=0}^n (j2\pi f - p_k)} = \frac{\sum_{k=0}^m b_k (j2\pi f)^k}{\sum_{k=0}^n a_k (j2\pi f)^k}, \quad \text{mit } \tilde{H}, b_k, a_k \in \mathbb{R}, \quad n_k, p_k \in \mathbb{C}. \quad (5.70)$$

Prinzipiell können die Ordnungen m und n im Voraus gewählt werden. Anschließend können mit geeigneten Methoden die Pole p_i und die Nullstellen n_i , welche die freien Parameter darstellen, an die tatsächliche Übertragungsfunktion $H(f)$ des Systems angepasst werden. Dies soll so geschehen, dass $\tilde{H}(f)$ die Übertragungsfunktion $H(f)$ möglichst gut approximiert. Für rationale Übertragungsfunktionen existieren gut ausgearbeitete Algorithmen um diese Aufgabe zu lösen.

Ein Modell für die Übertragungsfunktion der Platte ist bekannt und wurde in Abschnitt 3.3 hergeleitet. Das Modell lautet nach Gl. (3.16), mit der Beziehung $T = \frac{2d}{c}$ und der Wellenzahl $k = \frac{2\pi f}{c}$:

$$H(f) = \frac{4}{(2 + Z/Z_w + Z_w/Z)e^{j\pi f T} + (2 - Z/Z_w - Z_w/Z)e^{-j\pi f T}}. \quad (5.71)$$

Dieses besitzt lediglich zwei freie Parameter die angepasst werden können: T und Z . Allerdings ist $H(f)$ keine rationale Übertragungsfunktion. Die bekannten Methoden zur Parameteranpassung können also nicht direkt angewendet werden. Um dies zu lösen, kann eine rationale Übertragungsfunktion nach Gl. (5.70) angesetzt werden, welche die physikalisch hergeleitete Übertragungsfunktion der Platte nach Gl. (5.71) annähert.

Die Impulsantwort $h(t)$ der Platte wurde bereits hergeleitet und ist in Gl. (3.33) gegeben. Diese besitzt die Form

$$h(t) = h_0 \sum_{n=0}^{\infty} r^{2n} \delta(t - nT - d/c) \quad (5.72)$$



$$H(f) = h_0 e^{-j2\pi f d/c} \sum_{n=0}^{\infty} r^{2n} e^{-j2\pi f n T} \quad (5.73)$$

$$= h_0 e^{-j2\pi f d/c} \frac{1}{1 - r^2 e^{-j2\pi f T}}, \quad (5.74)$$

wobei $r = r_{pw}$ und $h_0 = q_{pw} q_{wp}$.

Es ist also bekannt, dass das System eine Parallelschaltung von unendlich vielen Totzeitgliedern darstellt. Ein Totzeitglied $\delta(t - T) \circ \bullet e^{-j2\pi f T}$ kann aufgrund der Darstellung der e-Funktion geschrieben werden als [32, S. 264]

$$\delta(t - T) \circ \bullet \frac{1}{e^{j2\pi f T}} = \frac{1}{\lim_{k \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{T}{k} j2\pi f\right)^k}. \quad (5.75)$$

Hieraus ist ersichtlich, dass ein solches Totzeitglied ein linear-zeitinvariantes System unendlicher Ordnung n darstellt. Somit besitzt es auch keine Zustandsdarstellung [32, S. 255]. Eine Darstellung mit endlich vielen Polen kann das Totzeitglied demnach nur annähern. Eine naheliegende Approximation k -ter Ordnung erhält man durch abbrechen des Limes aus Gl. (5.75) bei k gemäß

$$e^{-j2\pi fT} \approx \frac{1}{\left(1 + \frac{T}{k}j2\pi f\right)^k}. \quad (5.76)$$

Allerdings ist diese Näherung erst für große k hinreichend gut. Deshalb kann stattdessen zur *Padé-Approximation* [32, S. 265] übergegangen werden. Diese approximiert das Totzeitglied mit einer rationalen Übertragungsfunktion nach Gl. (5.70). Da ein Totzeitglied ein Allpass ist, liegt es nahe die Approximation auch als solchen zu entwerfen. Hierzu muss der Nennergrad gleich dem Zählergrad $m = n$ gewählt werden. Obwohl dies eine gute Näherung für das Totzeitglied in der Umgebung der Zeit $t = T$ ergibt, ist das Verhalten bei $t = 0$ sehr unterschiedlich. Aus diesem Grund wird stattdessen üblicherweise $m = n - 1$ gewählt. Die Sprungantwort der Padé-Approximation besitzt dadurch, wie erwünscht, den Anfangswert Null. Die Padé-Approximation \mathcal{P} der Ordnung $(n, n - 1)$ lautet

$$\mathcal{P}_{n,n-1}(T) = \frac{Q(T)}{P(T)} = \frac{1 + \sum_{k=1}^{n-1} b_k T^k (j2\pi f)^k}{1 + \sum_{k=1}^n a_k T^k (j2\pi f)^k} \approx e^{-j2\pi fT}, \quad (5.77)$$

wobei Q das Zählerpolynom und P das Nennerpolynom bezeichnet. Die Koeffizienten a_k, b_k ergeben sich zu

$$a_k = \binom{n}{k} \frac{1}{(2n-1)(2n-2)\dots(2n-k)} \quad \text{für } k = 1, \dots, n \quad \text{und} \quad (5.78)$$

$$b_k = (-1)^k \binom{n-1}{k} \frac{1}{(2n-1)(2n-2)\dots(2n-k)} \quad \text{für } k = 1, \dots, n. \quad (5.79)$$

Mit dieser rationalen Approximation für ein Totzeitglied lautet das parametrische Modell der Platte

$$\tilde{H}(f) = h_0 \mathcal{P}_{n,n-1}^k(T/2) \sum_{k=0}^{\infty} r^{2k} \mathcal{P}_{n,n-1}^k(T) \quad (5.80)$$

$$= h_0 \mathcal{P}_{n,n-1}^k(T/2) \frac{1}{1 - r^2 \mathcal{P}_{n,n-1}(T)} = h_0 \frac{Q(T/2)}{P(T/2)} \frac{1}{1 - r^2 \frac{Q(T)}{P(T)}} \quad (5.81)$$

$$= h_0 \frac{Q(T/2)P(T)}{P(T/2)[P(T) - r^2 Q(T)]}. \quad (5.82)$$

Somit ist eine rationale Übertragungsfunktion $\tilde{H}(f)$ gefunden worden, welche die physikalische Übertragungsfunktion $H(f)$ der Platte approximiert. Sie besitzt ebenfalls 2

freie Parameter, nämlich die Zeitverschiebung T und die Schallkennimpedanz Z , da $h_0 = h_0(Z)$ und $r = r(Z)$. Die Koeffizienten der Polynome P und Q sind über die Gln. (5.78) und (5.79) und die Zeitverschiebung T gegeben.

Es ist außerdem anzumerken, dass die Approximation $\tilde{H}(f)$ durch Gl. (5.82) im Gegensatz zur exakten Übertragungsfunktion $H(f)$ kein Allpasssystem mehr ist. Deshalb ist zu erwarten, dass die Näherung nur bis zu einer gewissen maximalen Frequenz gültig ist.

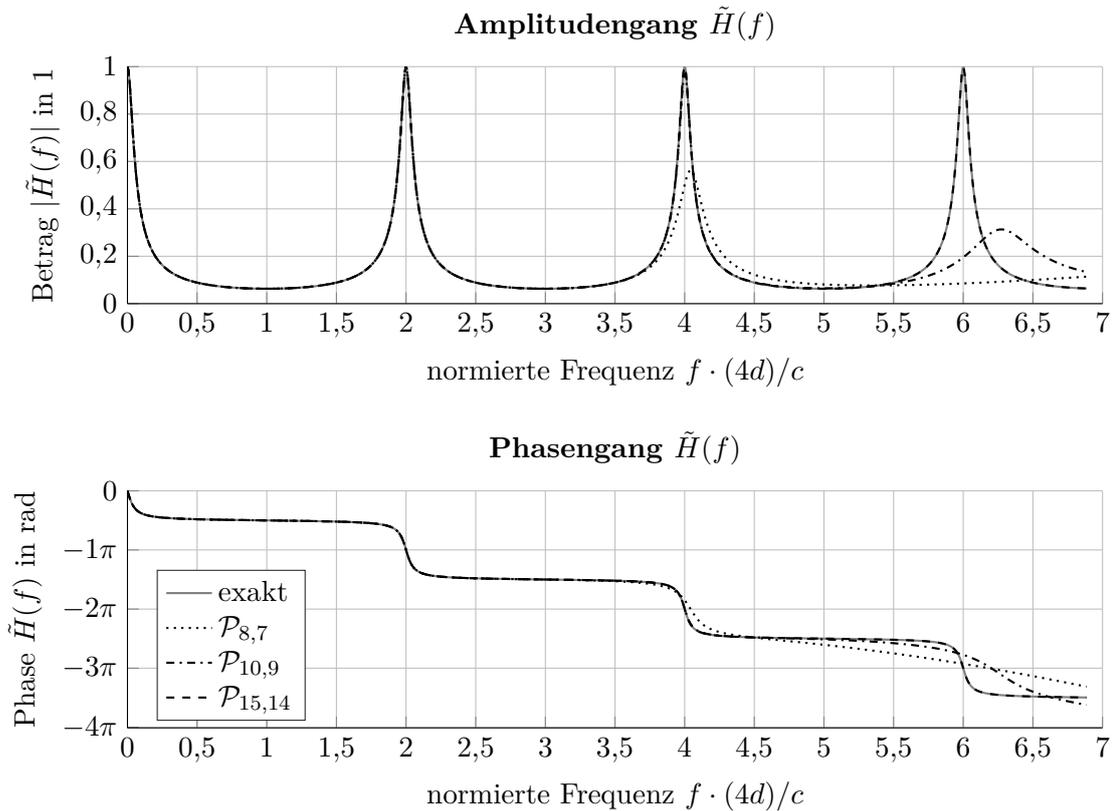


Abbildung 5.3: Padé-Approximation der Plattenübertragungsfunktion $\tilde{H}(f)$ für Ordnung 8, 10 und 15; sowie tatsächliche Übertragungsfunktion $H(f)$ für eine Stahlplatte

Die Padé-Approximation der Übertragungsfunktion einer Stahlplatte in Wasser wurde in Matlab berechnet. In Abb. 5.3 sind die Ergebnisse für die Ordnungen 8, 10 und 15 zu sehen. Außerdem ist die physikalische Übertragungsfunktion in Grau dargestellt. Wie erwartet ist die Approximation im unteren Frequenzbereich gültig. Je höher die Ordnung, desto besser die Approximation. Die angegebene Ordnung ist die des Totzeitgliedes. Es sollte noch darauf hingewiesen werden, dass das Zählerpolynom von $\tilde{H}(f)$ die Ordnung $2n - 1$ und das Nennerpolynom die Ordnung $2n$ besitzt. Entsprechend hoch ist der Rechenaufwand. Es kann daher sinnvoll sein, die konstante Zeitverschiebung $\delta(t - d/c) \circ \bullet e^{-j2\pi f d/c}$ außer acht zu lassen. Diese kann im Nachhinein immer noch berücksichtigt werden. Dadurch haben die Polynome der Übertragungsfunktion $\tilde{H}(f)$ beide lediglich den Grad n , genau wie das Totzeitglied.

5.3 Inverses Verfahren

Eine weitere Möglichkeit um die nötige Information über die zu vermessende Platte zu erhalten ist das inverse Verfahren. Dieses ist in gewissem Sinne ähnlich zum parametrischen Modell. Es handelt sich hierbei um ein Minimierungsverfahren. Der Fehler zwischen dem gemessenen Signal und einem Modellsignal wird minimiert indem das Modell angepasst wird. Somit ist es eine spezielle Form des parametrischen Modell-Ansatzes aus Abschnitt 5.2.

Inverse Verfahren zur Dickenmessung von Platten wurden bereits Ende der 80er und Anfang der 90er Jahre untersucht [33, 1, 34, 35]. Dabei wurden Pulse zur Ansteuerung der Wandler eingesetzt. Es wurde außerdem vorausgesetzt, dass entweder die Dicke oder die Schallgeschwindigkeit bekannt sei. Dementsprechend muss nur nach einem Parameter minimiert werden. Alternativ könnte auch $T = 2d/c$ minimiert werden.

Ausschlaggebend für den Einsatz eines inversen Verfahrens ist die Existenz eines hinreichend großen *Konvergenzbereichs*. Im Anhang von [1] analysieren Kinra und Iyer die Konvergenz des Algorithmus von Kinra und Dayal [33] kritisch. Die Autoren berichten, dass der Konvergenzbereich zur Bestimmung der Dicke sehr klein ist und somit das Verfahren hierzu nicht einsetzbar. Außerdem stellen sie fest, dass die Konvergenzverhalten für die Minimierung nach d und c deutlich unterschiedlich sind. Dies ist anschaulich klar, da die Verzögerung T invers proportional zur Schallgeschwindigkeit c aber direkt proportional zur Dicke d ist.

Um lokale Minima zu vermeiden, schlagen die Autoren stattdessen ein inkrementelles Suchverfahren in Kombination mit dem Sekantenverfahren vor. Das inkrementelle Suchverfahren sucht zunächst nach der Umgebung des globalen Minimums. Dies funktioniert, da der Fehler im echten (globalen) Minimum kleiner ist als bei anderen Minima. Anschließend wird das Sekantenverfahren eingesetzt, da es nun gegen das globale Minimum konvergiert. Sie berichten, auf diese Weise ein zuverlässiges Konvergenzverhalten zu erreichen.

Minimiert werden soll der quadratische Mittelwert des Fehlers zwischen dem Empfangssignal $e_m(t)$ und dem „simulierten“ Modellsignal $e_s(t)$. Hierzu soll die Einhüllende der beiden Signale betrachtet werden. Die Abweichung der beiden Signale sowie der Fehler werden definiert als

$$F_{\text{env}}(t) = |\mathcal{H}\{e_s(t)\}| - |\mathcal{H}\{e_m(t)\}| \quad (5.83)$$

$$\bar{F}_{\text{env}} = \sqrt{\frac{1}{D} \int_0^D F_{\text{env}}^2(t) dt} . \quad (5.84)$$

Es wurde angenommen, dass die Signale nur im Intervall $t \in [0, D]$ von Null verschieden sind.

Bei der Transmissionsmessung von Platten mit Chirpsignalen entstehen sehr charakteristische Empfangssignale (s. Abschnitt 4.6.4). Dies begründet sich in der inkohärenten Phasenlage der mehrfach reflektierten Chirps. Das Inverse Verfahren könnte demnach für solche Ansteuersignale gute Ergebnisse liefern.

Um das Fehlerfunktional zu minimieren, wurde ein Gauß-Newton-Algorithmus implementiert. Alle Signale wurden zunächst mit Hilfe eines Rechners synthetisiert. Es wurde

festgestellt, dass auch hier das Verfahren nur in einem sehr kleinen Intervall konvergiert. Also sind zusätzliche Maßnahmen notwendig um das gewünschte Ergebnis zu erzielen. Um das inverse Verfahren bei der Messung mittels Chirpsignalen und dessen Konvergenzverhalten einschätzen zu können, wurde eine numerische Parameterstudie durchgeführt. Hierzu wurde ein Set an Parametern d , c , ρ für die Platte ausgewählt und ein zugehöriges ideales „Messsignal“ $e_m(t)$ am Rechner synthetisch erzeugt. Anschließend wurden Signale $e_s(t)$ für verschiedene Parameterwerte erzeugt und jeweils der Fehler \bar{F}_{env} zum Signal $e_m(t)$ berechnet. Abb. 5.4 zeigt das Ergebnis für \bar{F}_{env} als Funktion von d und c .

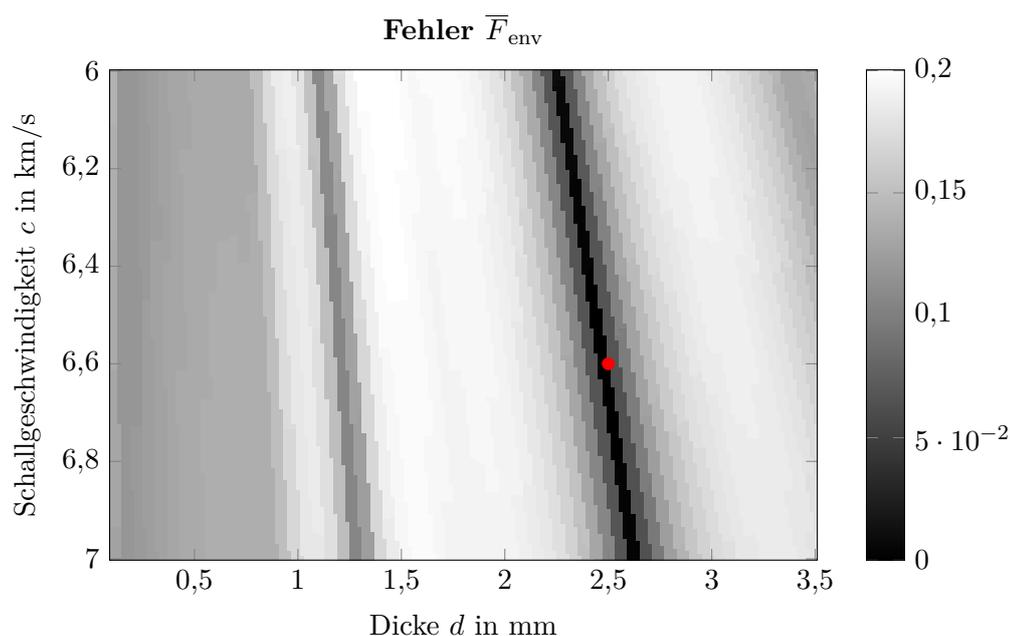


Abbildung 5.4: Fehler \bar{F}_{env} in Abhängigkeit der Dicke d und der Schallgeschwindigkeit c
 • tatsächliche Parameterwerte ($d = 2,5$ mm, $c = 6600$ m/s) mit denen verglichen wird ($\bar{F}_{\text{env}} = 0$)

Die Übertragungsfunktion $H(f)$ der Platte hängt ausschließlich von der Verzögerung $T = 2d/c$ ab und nicht explizit von d oder c . Deshalb minimiert jede Kombination d_1 , c_1 mit dem richtigen Verhältnis den Fehler \bar{F}_{env} . Es existiert also *kein eindeutiges Minimum* in der d - c -Ebene. Dies macht sich als ein schwarzer Streifen in Abb. 5.4 bemerkbar. Dementsprechend muss ein Parameter bekannt sein um die Minimierung durchzuführen. Alternativ kann auch nach der Verzögerung T minimiert werden. Außerdem ist in dieser Abbildung ersichtlich, dass neben diesem Streifen auch *weitere lokale Minima* existieren. Die Einhüllende des Empfangssignals $e_m(t)$ besitzt ausgeprägte Maxima die periodisch in $\omega_s = \Omega T$ sind. Dies wurde in Abschnitt 4.6.4 gezeigt. Die Anzahl der Maxima, welche während des zeitlich beschränkten Messsignals beobachtet werden können hängt von den Parametern d und c der Platte ab.

Die Abbn. 5.5 und 5.6 zeigen die Einhüllende des Empfangssignals jeweils in Abhängigkeit der Dicke d und der Schallgeschwindigkeit c . Es ist ein ähnliches Verhalten bei Variation

der beiden Parameter zu sehen. Mit abnehmender Dicke laufen die Maxima aus dem vermessenen Zeitintervall hinaus, bis bei ca. 1 mm kein ausgeprägtes Maximum mehr vorhanden ist. Dies macht die Messung unterhalb dieser Grenze schwer bis unmöglich. In dem untersuchten Bereich der Schallgeschwindigkeit, treten stets Maxima in der Einhüllenden des Signals auf. Bei Variation der Verzögerung $T = 2d/c$ würde sich dieses genau wie Abb. 5.5 verhalten, da $T \sim d$.

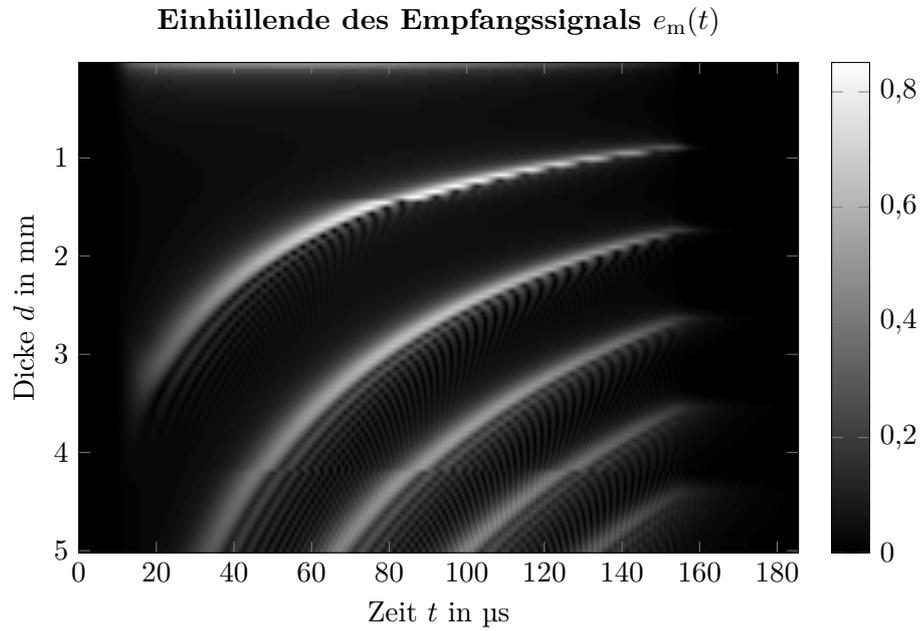


Abbildung 5.5: Einhüllende des Empfangssignals in Abhängigkeit der Plattendicke d .

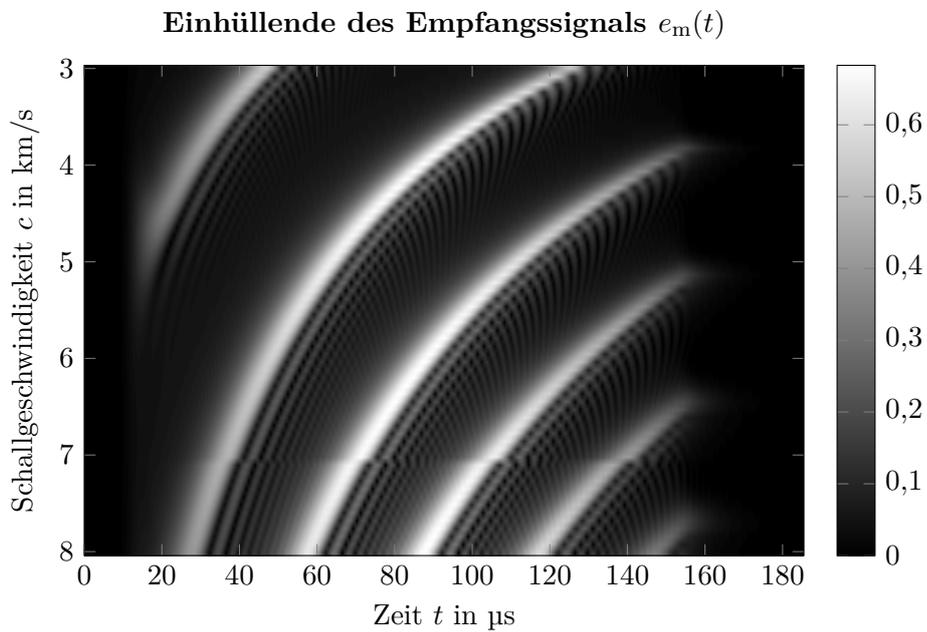


Abbildung 5.6: Einhüllende des Empfangssignals in Abhängigkeit der Schallgeschwindigkeit c .

6 Messaufbau und Messergebnisse

In diesem Kapitel wird der konkrete Messaufbau beschrieben und Messergebnisse vorgestellt. Zudem werden verschiedene Ansteuersignale und Methoden der Signalverarbeitung verglichen.

6.1 Messaufbau

Eine Skizze des vollständigen Messaufbaus ist in Abb. 6.1 zu sehen. Mittels Matlab (The MathWorks, Inc., Natick MA, Vereinigte Staaten) wird am Rechner ein Ansteuersignal erzeugt und der Funktionsgenerator damit programmiert. Dieser steuert über einen Leistungsverstärker den Sendewandler an. Der Empfangswandler ist direkt an ein Oszilloskop angeschlossen, welches wiederum vom Rechner ausgelesen wird. Die Signalverarbeitung erfolgt anschließend wieder am Rechner in Matlab.

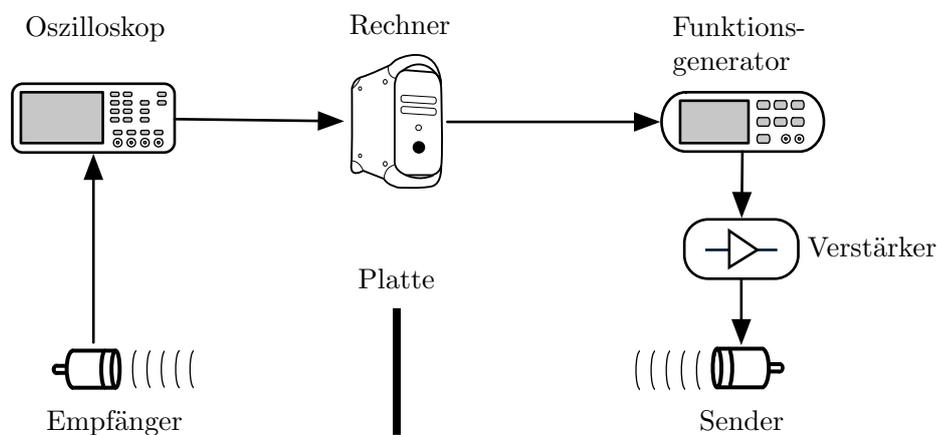


Abbildung 6.1: Schema des Messaufbaus

Die eingesetzten Geräte sind

- Funktionsgenerator: 33500B Agilent Technologies, Inc. (Santa Clara CA, Vereinigte Staaten)
- Leistungsverstärker: 3100LA ENI Inc. (Rochester NY, Vereinigte Staaten): Verstärkung 35 dB

- Sende- und Empfangswandler: V306 Olympus Corporation (Shinjuku, Tokio, Japan), Mittenfrequenz $F_M = 2,25$ MHz, Bandbreite $B = 61,45$ %, Durchmesser 0,5 Zoll
- Oszilloskop: DPO 7104C Tektronix, Inc. (Beaverton OR, Vereinigte Staaten)
- Verfahreinheit: M - 531.DGX Physik Instrumente (PI) GmbH & Co. KG (Karlsruhe, Deutschland)

Die Messstrecke ist in der Abb. 6.2 gezeigt. Sie besteht aus einem Wasserbecken und zwei eingetauchten piezoelektrischen Ultraschallwandlern. Dazwischen ist eine Blechhalterung, welche die zu vermessende Platte fixiert. Der Empfangswandler ist an einer Verfahreinheit angebracht, sodass der Abstand zwischen den beiden Wandlern eingestellt werden kann. Dies wird zur Referenzmessung eingesetzt.

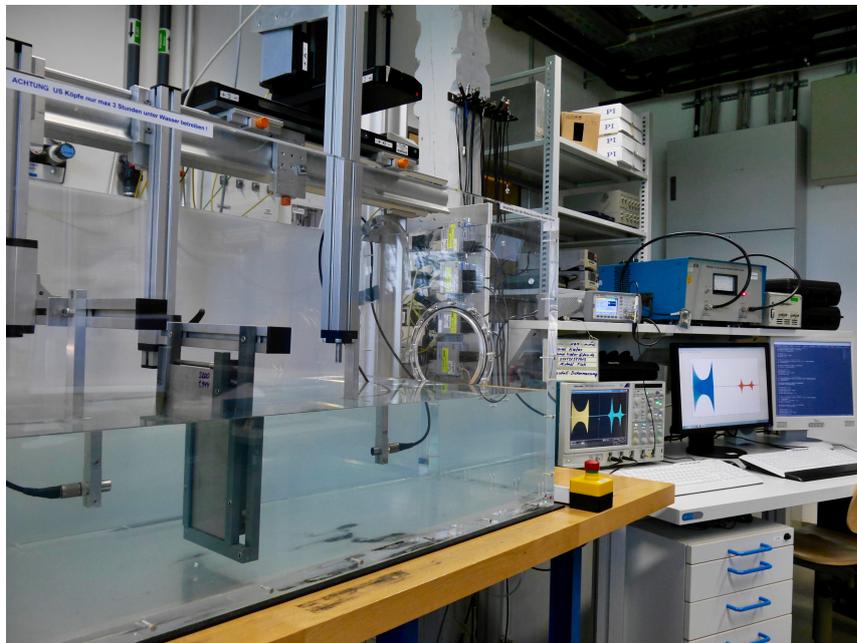


Abbildung 6.2: Messstand zur Bestimmung der Dicke und Schallgeschwindigkeit von Platten

6.1.1 Referenzmessung

Um die Plattendicke und die Schallgeschwindigkeit simultan bestimmen zu können muss sowohl die Schallgeschwindigkeit c_w in Wasser als auch der Abstand L zwischen den Wandlern bekannt sein. Diese beiden Konstanten müssen durch eine Referenzmessung ohne Platte vor der eigentlichen Messung bestimmt werden. Dadurch können auch Schwankungen z.B. der Schallgeschwindigkeit aufgrund von Temperatur berücksichtigt werden. Mit der Verfahreinheit die vom Rechner gesteuert wird, kann der Abstand zwischen den Wandlern sehr genau variiert werden. Durch Laufzeitmessung bei zwei verschiedenen

Abständen $L_1 < L_2$ kann die gewünschte Information ermittelt werden. Sind die zugehörigen Laufzeitmessungen t_{w1} und t_{w2} , so ist die Schallgeschwindigkeit c_w in Wasser gegeben durch

$$c_w = \frac{L_2 - L_1}{t_{w2} - t_{w1}} . \quad (6.1)$$

Der Abstand zwischen den Wandlern an der zweiten Position ergibt sich aus

$$L_2 = c_w t_{w2} . \quad (6.2)$$

Genau wie die restlichen Messungen wurde auch die Referenzmessung durch Pulskompression von Chirpsignalen umgesetzt.

6.1.2 Plattenhalterung

Zur Fixierung der Platte zwischen den Wandlern wurde eine *Plattenhalterung* in Creo Elements/Pro (Parametric Technology Corporation (PTC), Needham MA, Vereinigte Staaten) konstruiert. Diese besitzt Schienen an den Seiten und unten um die Platte zu führen und auszurichten. Eine seitliche Schiene ist mit Druckfedern gelagert um die Platte einzuspannen bzw. um diese wieder leicht entfernen zu können. Die CAD-Konstruktion ist in Abb. 6.3 gezeigt.



Abbildung 6.3: CAD-Modell der Plattenhalterung

6.2 Messergebnisse

Im Folgenden werden durchgeführte Messungen ausgewertet und vorgestellt. Unterschiedliche Ansteuersignale und Methoden der Signalverarbeitung werden verglichen. Die Dicke und Schallgeschwindigkeit einiger unterschiedlicher Platten wird bestimmt und mit einer Referenzmessung bzw. Literaturwerten verglichen.

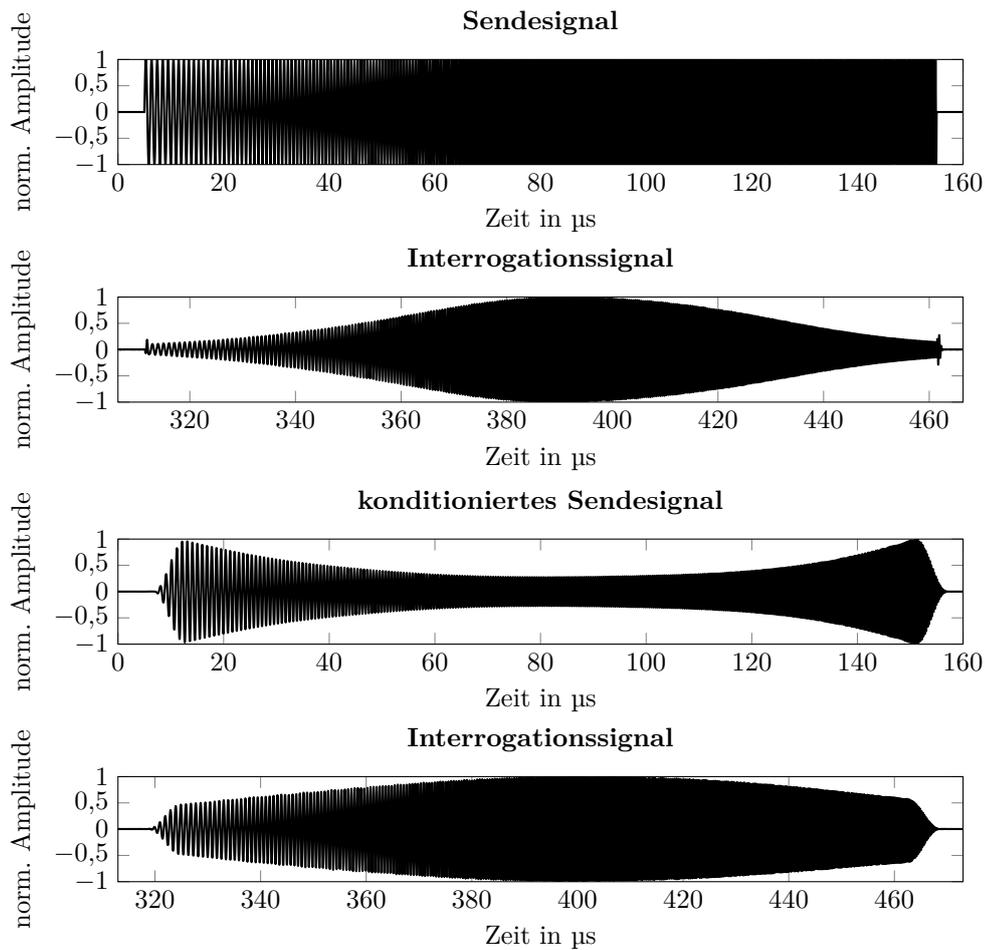


Abbildung 6.4: Sendesignale: Chirpsignal s ohne Amplitudenmodulation und konditioniertes Chirpsignal s_c , beide mit Mittenfrequenz $F_M = 2,3 \text{ MHz}$, Bandbreite $B = 2,76 \text{ MHz}$, Dauer $D = 150 \text{ μs}$, Zeit-Bandbreite-Produkt $DB = 414$. Darunter jeweils das zugehörige Interrogationssignal.

6.2.1 Punktbildfunktion unterschiedlicher Ansteuersignale

Zunächst wird lediglich die Punktbildfunktion für verschiedene Ansteuersignale und Empfangsfilter untersucht. Hierzu befindet sich keine Platte zwischen den beiden Wandlern. Es wird also lediglich das Interrogationssignal betrachtet. Die aufgezeichneten Interrogationssignale für einen Chirp und einen konditionierten Chirp als Sendesignal sind in Abb. 6.4 dargestellt. Es ist zu sehen, dass der konditionierte Chirp wie erwartet ein Interrogationssignal mit höherer Bandbreite erzeugt.

Die aufgezeichneten Interrogationssignale werden anschließend zum bildgebenden Signal verarbeitet. Dieses ist die Einhüllende des Empfangssignals für Ansteuerung mit einem Puls bzw. die Einhüllende des komprimierten Signals für ein codiertes Ansteuersignal. Zum Vergleich sind in Abb. 6.5 die um Null zentrierten bildgebenden Signale unterschied-

licher Ansteuersignale gezeigt. Wie erwartet ist die axiale Auflösung für die Ansteuerung mit einem Puls bzw. einem Chirpsignal nahezu identisch. Hingegen kann mit einem konditionierten Chirpsignal die Auflösung deutlich verbessert werden. Zur Pulskompression wurde jeweils das auf das Sendesignal angepasste Filter eingesetzt. Es ist außerdem zu beobachten, dass die Nebenkeulen des konditionierten Ansteuersignals deutlich höher ausfallen. Diese müssen durch geeignete Wahl des Kompressionsfilters verringert werden. Die tatsächlich erreichbare Auflösung hängt auch vom eingesetzten Pulskompressionsfilter ab.

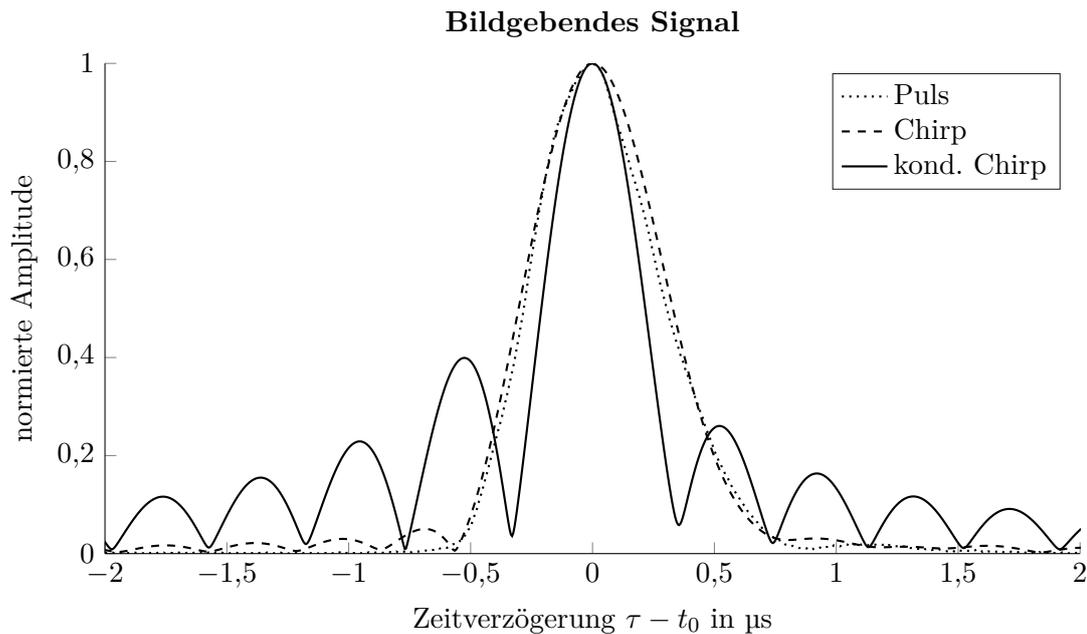


Abbildung 6.5: Bildgebende Signale für die Ansteuersignale aus Abb. 6.4 und einem Puls

6.2.2 Punktbildfunktion unterschiedlicher Empfangsfilter

Ein Mismatched-Filter erlaubt es die Nebenkeulen des Kompressionssignals zu reduzieren. Es wurde ein konditioniertes Chirpsignal gesendet und das Empfangssignal mit unterschiedlichen Mismatched-Filtern komprimiert. Das Ergebnis ist in Abb. 6.6 gezeigt. Im Weiteren soll ein Chirpsignal mit rechteckiger Amplitudenmodulation als *unmoduliertes Chirpsignal* bezeichnet werden. Das Pulskompressionssignal eines solchen unmodulierten Chirps mit signalangepasstem Filter ist zur Referenz in grau dargestellt.

Für das konditionierte Chirpsignal sind zwei unterschiedliche Mismatched-Filter gezeigt. Eines verwendet ein unmoduliertes Chirpsignal als unangepasstes konjugiertes Filter und weist einen relativ hohen Nebenkeulenpegel von ca. -18 dB auf. Das andere setzt ein unmoduliertes Chirpsignal mit Chebyshev-Fensterung zur Pulskompression ein. Das Chebyshev-Fenster ist so entworfen, dass der Nebenkeulenpegel auf -26 dB gedrückt

wird, genau wie für das signalangepasste Chirpsignal. Es ist zu beobachten, dass trotzdem noch ein Gewinn an axialer Auflösung bestehen bleibt.

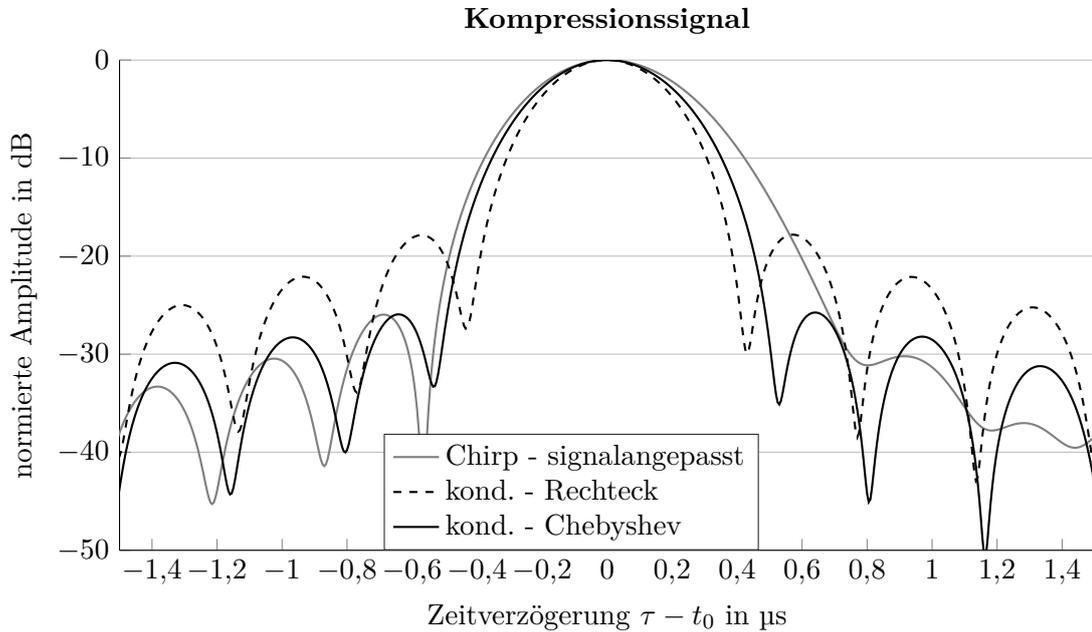


Abbildung 6.6: Kompressionssignal zwei unterschiedlicher Mismatched-Filter für das konditionierte Chirpsignal. Das signalangepasste Filter mit nicht-konditionierter Chirp dient zur Referenz (in grau). Die Mismatched-Filter werden auf den nicht-konditionierten Chirp angepasst mit zusätzlicher Fensterung wie angegeben.

Als nächstes soll die Eignung eines Wiener-Filters zur Pulskompression untersucht werden. In Abb. 6.7 sind zwei komprimierte Signalformen als Referenz in grau hinterlegt: das Chirpsignal mit signalangepasstem Filter als Kompressionssignal mit bisher geringstem Nebenkeulenpegel; außerdem das konditionierte Chirpsignal mit signalangepasstem Filter, welches die bisher höchste Auflösung aufweist.

Wie in dem Diagramm ersichtlich kann die axiale Auflösung durch ein Wiener-Filter weiter erhöht werden. Dessen Nebenkeulenpegel ist zwar niedriger als der des signalangepassten Filters, jedoch weiterhin unannehmbar hoch. Durch Fensterung konnten auch für das Wiener-Filter die Nebenkeulen bis auf die -26 dB des signalangepassten Chirps verringert werden. Dabei ist die Pulsbreite weiterhin deutlich geringer als die des Chirpsignals.

Das Wiener-Filter wurde auf Basis eines gefensterten Interrogationssignals entworfen. Zunächst wurde ein inverses Chebyshev-Fenster w_{cheb} mit -35 dB Nebenkeulen auf das zu erwartende Interrogationssignal angewendet, also

$$g_{\text{win}}(t) = \frac{1}{w_{\text{cheb}}(-35 \text{ dB})} g(t) . \quad (6.3)$$

Die spektrale Leistungsdichte des Interrogationssignals wird mit $\Phi_{\text{hh}}(f) = |G_{\text{win}}(f)|^2$ abgeschätzt. Zusammen mit einem Schätzwert für die mittlere Rauschleistungsdichte

$\Phi_{\text{nn}}(f) = N_0$ ist das eingesetzte *Wiener-Filter mit Fensterung*

$$G_{\text{win}}(f) \bullet \text{---} \circ g_{\text{win}}(t) \quad (6.4)$$

$$K(f) = \frac{\Phi_{\text{hh}}(f)G_{\text{win}}^*(f)}{|G_{\text{win}}(f)|^2\Phi_{\text{hh}}(f) + \Phi_{\text{nn}}(f)} \quad (6.5)$$

$$= \frac{|G_{\text{win}}(f)|^2G_{\text{win}}^*(f)}{|G_{\text{win}}(f)|^4 + N_0} \quad (6.6)$$

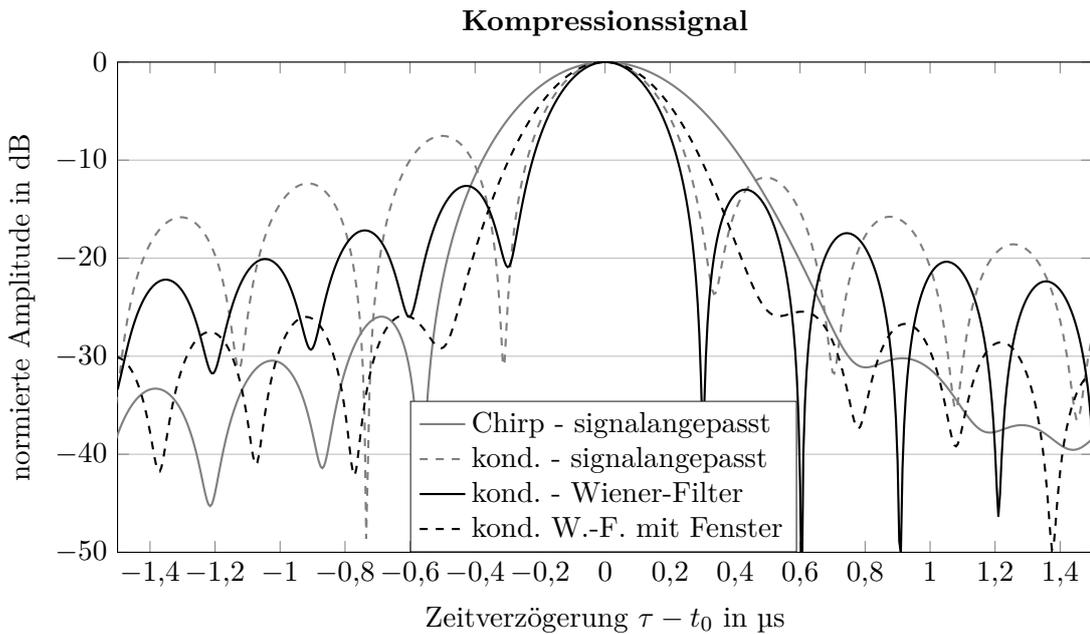


Abbildung 6.7: Das Wiener-Filter im Vergleich. Ansteuersignal: konditionierter Chirp. Die signalangepassten Filter dienen der Referenz (in grau).

Zur Bewertung der Sendesignale und Empfangsfilter ist abschließend in Abb. 6.8 eine Übersicht über die jeweils erreichbare Auflösung zu sehen. Das Korrelationsfilter kann sowohl an das konditionierte Chirpsignal s_c als auch an das unmodulierte Chirpsignal s angepasst werden. Letzteres besitzt geringere Nebenkeulen, dafür aber auch eine geringere Auflösung. Das *Wiener-Filter mit Fensterung* bietet die besten Eigenschaften zur Bildgebung mit hoher axialer Auflösung. Auch das *Mismatched-Filter mit Chebyshev-Fenster* liefert gute Ergebnisse. Aus diesem Grund werden im Folgenden diese beiden verwendet.

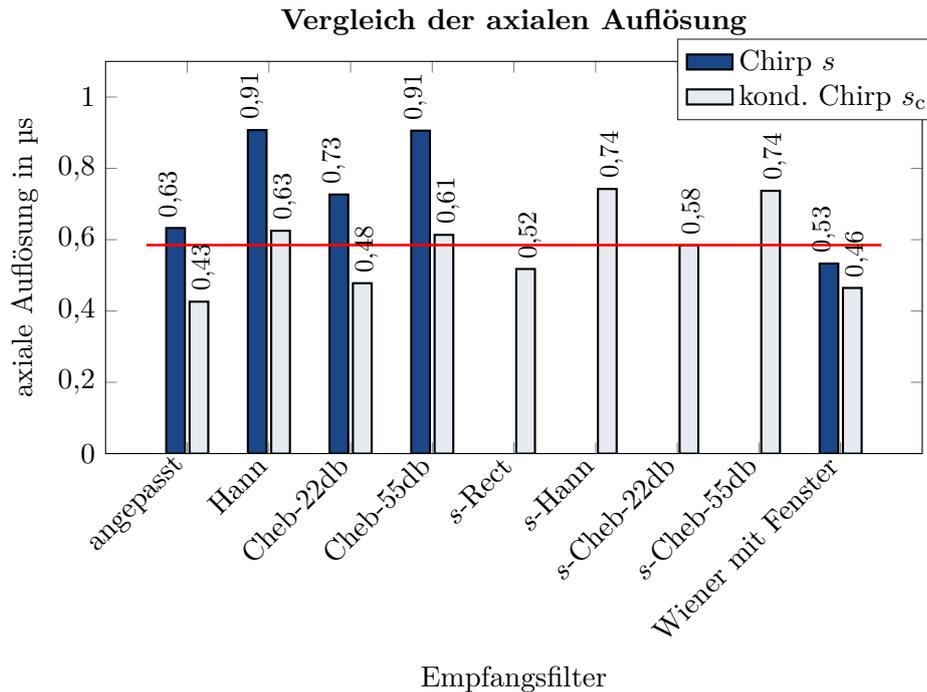


Abbildung 6.8: Vergleich der axialen Auflösung unterschiedlicher Sendesignale und Empfangsfilter. Die rote Linie markiert die Auflösung bei Ansteuerung mit einem Puls.

6.2.3 Bildgebendes Signal einer Platte

Als nächstes wurden unterschiedliche Platten mit dem konditionierten Chirpsignal vermessen. Das transmittierte Empfangssignal für eine 3 mm dicke Stahlplatte ist in Abb. 6.9 gezeigt. Das Empfangssignal zeigt gute Übereinstimmung mit dem in Abschnitt 4.6.4 numerisch ermittelten. Es tritt wie erwartet Schwebung auf.

Anschließend wurde eine Pulskompression durchgeführt um das bildgebende Signal zu bestimmen. An diesem ist bereits zu erkennen ob die axiale Auflösung ausreichend ist zur Vermessung der Plattendicke. Das Ergebnis für drei verschiedene Stahlplatten ist in Abb. 6.10 gezeigt, sowohl für Kompression mit dem Wiener-Filter mit Fensterung als auch mit dem Chebyshev Mismatched-Filter.

Um die Plattendicke und die Schallgeschwindigkeit berechnen zu können muss unter anderem die Ankunftszeit t_w des Signals bekannt sein, wenn keine Platte vorhanden wäre. Da die Schallgeschwindigkeit in Wasser geringer ist als im Festkörper, ist t_w immer größer als die Ankunftszeit t_0 der ersten Mehrfachreflexion. Die Dickenmessung ist sehr empfindlich auf Variation von t_w . Aus diesem Grund muss diese möglichst akkurat bestimmt werden. $t_w = L/c_w > t_0$ wurde durch die Referenzmessung bestimmt und ist auch in Abb. 6.10 eingetragen.

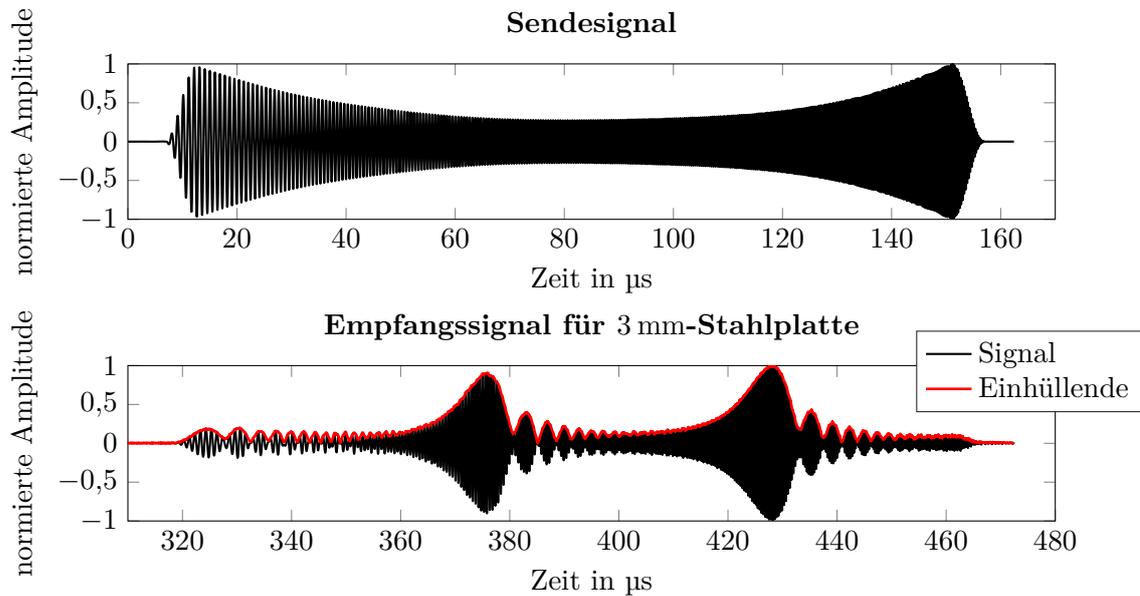


Abbildung 6.9: Oben: konditionierter Chirp als Ansteuersignal. Unten: empfangenes Signal für eine 3 mm dicke Stahlplatte. Die überlagerten Mehrfachreflexionen ergeben eine Schwebung.

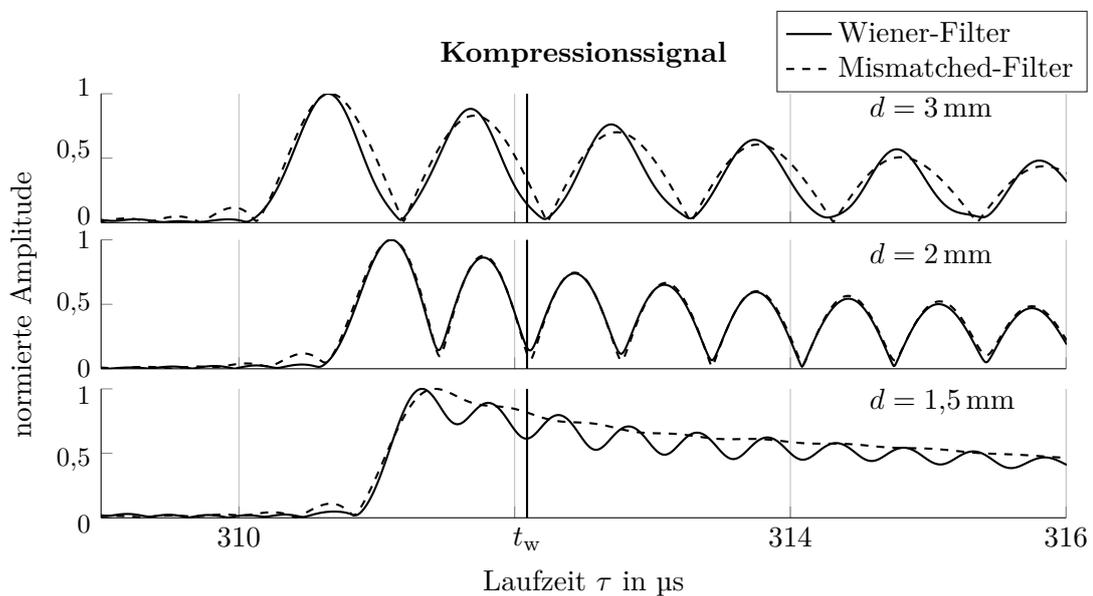


Abbildung 6.10: Komprimierte Signalformen für drei verschieden dicke Stahlplatten. Kompressionsfilter: Wiener-Filter mit Fensterung nach Gl. (6.6) und Mismatched-Filter mit Chebyshev-Fenster (-50 dB).

6.2.4 Bestimmung der Messgröße

Um die Messgrößen berechnen zu können muss nur noch die Zeitverzögerung T zwischen den Mehrfachreflexionen bestimmt werden. Hierzu wird nach Maxima im Kompressionsignal gesucht. T ergibt sich als Differenz zwischen den so bestimmten Laufzeiten der einzelnen Echos. Abb. 6.11 zeigt die mit dem Wiener-Filter und dem Mismatched-Filter bestimmte Zeitverzögerung für verschiedene Stahlplatten. Die Dicke der Platten wurde zur Referenz mit einer Messschraube bestimmt. Für die Phasengeschwindigkeit von Longitudinalwellen in Edelstahl wird ein Referenzwert von 5850 m/s gemäß der Literatur [36, S. 44] angenommen. Hiermit wurde zum Vergleich die Verzögerung $T_{\text{ref}} = 2d_{\text{ref}}/c_{\text{ref}}$ berechnet und ist im Diagramm als rote Linie dargestellt. Die relative Abweichung der Messung von diesem Referenzwert ist über den Balken in Prozent angegeben.

Der Mismatched-Filter kann die Verzögerung bis zu 2 mm dicke Platten gut bestimmen. Für die 1,5 mm-Platte werden jedoch manche Maxima nicht mehr richtig erkannt. Deshalb ergibt sich eine sehr große Abweichung vom Sollwert. Bei noch dünneren Platten kann die Verzögerung nicht mehr ermittelt werden, da keine ausgeprägten Maxima im Kompressionssignal mehr vorhanden sind. Die Keulen verschmelzen mit den Nachbarkeulen.

Mit dem Wiener-Filter kann die Verzögerung hingegen auch noch für 1,5 mm-Platten recht gut bestimmt werden. Bei 1 mm-Platten jedoch ergibt sich bereits eine große Abweichung von der erwarteten Verzögerung.

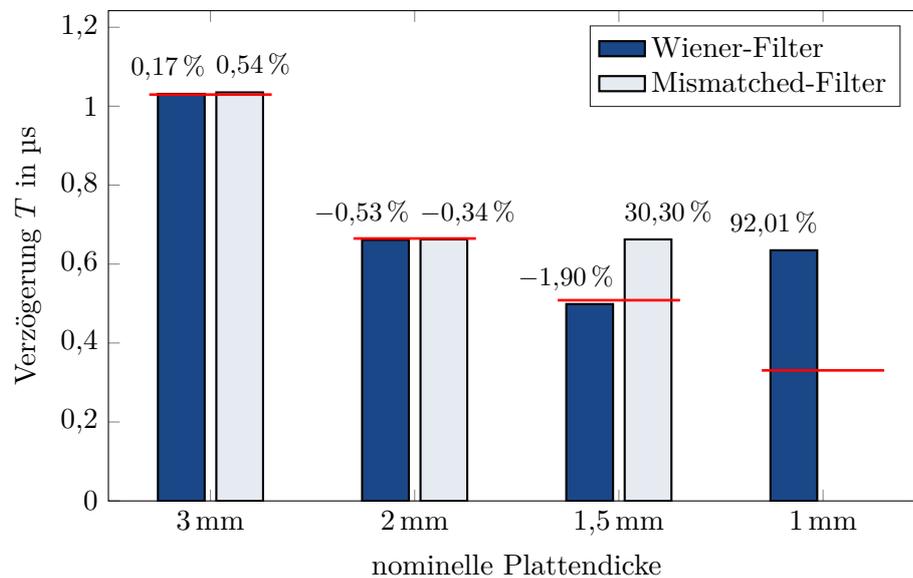


Abbildung 6.11: Gemessene Zeitverzögerung T für Platten aus Stahl. Sendesignal: konditionierter Chirp. Kompressionsfilter: Wiener-Filter mit Fensterung und Mismatched-Filter mit Chebyshev Fenster. Die roten Linien stellen die berechneten Referenzwerte $T_{\text{ref}} = 2d_{\text{ref}}/c_{\text{ref}}$ dar. Über den Balken ist die relative Abweichung hierzu angegeben.

Anschließend wurde die Dicke und die Schallgeschwindigkeit in den Platten nach Gln. (2.3) und (2.4) berechnet. Die Ergebnisse für die Stahlplatten sind in den Abbn. 6.12 und 6.13 gezeigt. Diejenigen für Aluminium- und Polymethylmethacrylat-Platten (PMMA, Plexiglas) sind entsprechend in den Abbn. 6.14 und 6.15 dargestellt. Die erwartete Dicke bzw. Schallgeschwindigkeit ist als rote Referenzlinie markiert. Die relative Abweichung hierzu ist über den Balken in Prozent angegeben.

Es fällt auf, dass die Dickenmessung mit dem Wiener-Filter bei 1 mm-Platten besser ausfällt als durch die relativ ungenau bestimmte Verzögerung zu erwarten war. Dies liegt vermutlich daran, dass auch die Ankunftszeit t_w bei der Berechnung der Dicke eine große Rolle spielt. Es bestätigt sich, dass insbesondere eine genaue Bestimmung von T und t_w wichtig sind um gute Ergebnisse für die Dicke und Schallgeschwindigkeiten zu erzielen. Der Wiener-Filter eignet sich um die Dicke von Stahlplatten bis runter zu 1,5 mm Dicke mit weniger als 4 % relativer Abweichung zu bestimmen und die Schallgeschwindigkeit mit weniger als 6 %. Die Aluminiumplatten sind deutlich dicker und PMMA besitzt eine wesentlich geringere Schallgeschwindigkeit. Aus diesem Grund fallen die Messergebnisse für diese Platten sehr gut aus.

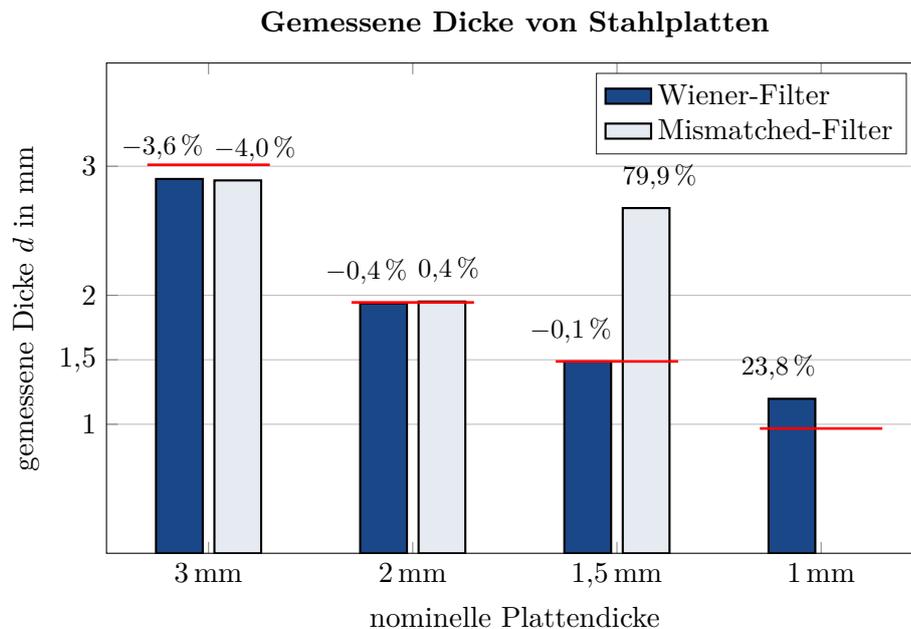


Abbildung 6.12: Gemessene Dicke d von Platten aus Stahl. Die roten Linien markieren die mittels Messschraube bestimmten Referenzwerte. Über den Balken ist die relative Abweichung hierzu angegeben.

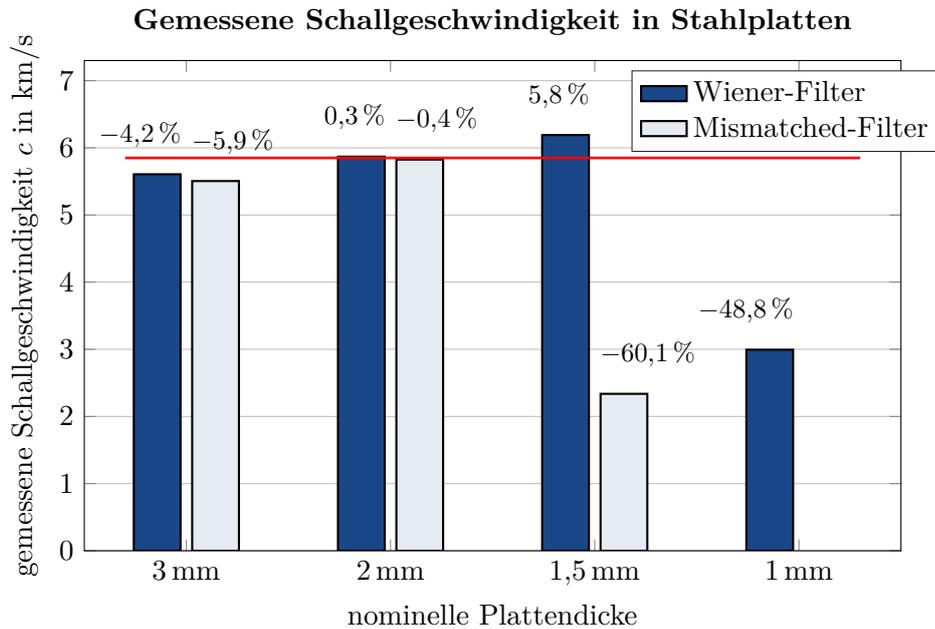


Abbildung 6.13: Gemessene Schallgeschwindigkeit c in Platten aus Stahl. Die rote Linie markiert den aus der Literatur entnommenen Referenzwert [36, S. 44]. Über den Balken ist die relative Abweichung hierzu angegeben.

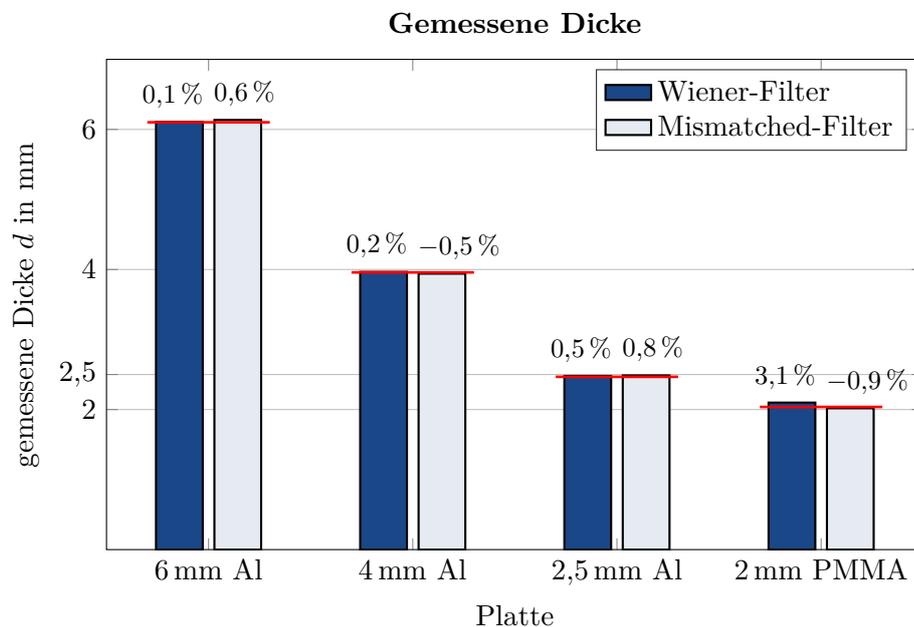


Abbildung 6.14: Gemessene Dicke d von Platten aus Aluminium und PMMA (Plexiglas). Die roten Linien markieren die mittels Messschraube bestimmten Referenzwerte. Über den Balken ist die relative Abweichung hierzu angegeben.

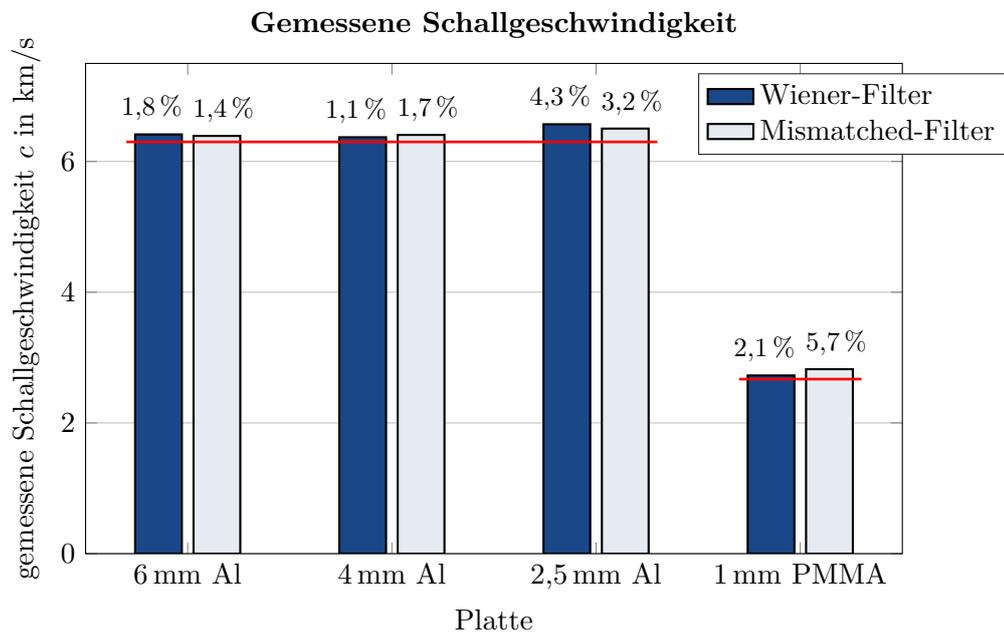


Abbildung 6.15: Gemessene Schallgeschwindigkeit c in Platten aus Aluminium und PMMA (Plexiglas). Die rote Linie markiert den aus der Literatur entnommenen Referenzwert [36, S. 44]. Über den Balken ist die relative Abweichung hierzu angegeben.

7 Zusammenfassung und Ausblick

7.1 Zusammenfassung

Mittels Ultraschall kann die Dicke und Schallgeschwindigkeit einer unbekanntes Materialschicht gemessen werden. In dieser Arbeit wurde hierzu das transmittierte Signal ausgewertet. Da an einer Grenzschicht zwischen zwei Medien unterschiedlicher Schallkennimpedanz der einfallende Schall teilweise reflektiert und teilweise transmittiert wird, entstehen in der Platte Mehrfachreflexionen. Diese sind für die Messung von zentraler Bedeutung.

Zwei Laufzeitdifferenzen müssen für die Messung der Dicke und Schallgeschwindigkeit bestimmt werden. Erstens der Unterschied zwischen der Laufzeit des direkt transmittierten Sendesignals und der Laufzeit des Sendesignals ohne Platte ($t_0 - t_w$) und zweitens die Verzögerung zwischen den Mehrfachreflexionen ($T = t_1 - t_0$). Bei bekannter Schallgeschwindigkeit des Koppelmediums lassen sich hieraus die Messgrößen leicht bestimmen. Prinzipiell könnte durch den Amplitudenabfall aufeinanderfolgender Mehrfachreflexionen auch die Dichte des Materials bestimmt werden, wenn die Dämpfung hinreichend gering ist.

Um dünne Platten vermessen zu können muss das Messsystem aufeinanderfolgende Reflexionen trennen können. Die minimal erfassbare Laufzeitdifferenz wird als axiale Auflösung bezeichnet. Diese muss genügend hoch sein.

Bei allen untersuchten Messmethoden ist die axiale Auflösung invers proportional zur Bandbreite des Interrogationssignals. Letztere ist maßgeblich durch die Bandbreite der Ultraschallwandler beschränkt. Frequenzanteile des Sendesignals, welche von der Mittenfrequenz des Wandlers abweichen, werden durch diesen gedämpft. In vorliegender Arbeit wurde die Bandbreite der Wandler möglichst gut ausgenutzt, indem Frequenzanteile entsprechend ihrer Dämpfung durch den Wandler vor dem Senden verstärkt wurden. Dies wird als Konditionierung des Sendesignals bezeichnet. Dadurch ergibt sich ein Interrogationssignal mit deutlich höherer Bandbreite und somit eine erhöhte axiale Auflösung.

Codierte Ansteuersignale haben ein hohes Zeit-Bandbreite-Produkt und ermöglichen eine Messung mit erhöhtem Signal-Rausch-Verhältnis. Zudem lassen sie sich gut konditionieren um die axiale Auflösung zu erhöhen. Es besteht jedoch immer ein Kompromiss zwischen Signal-Rausch-Verhältnis und axialer Auflösung.

Da codierte Ansteuersignale von Natur aus eine lange Zeitdauer haben, müssen sie zur Laufzeitbestimmung mittels Signalverarbeitung auf ein kurzes Zeitintervall komprimiert werden. Dies wird als Pulskompression bezeichnet. Üblicherweise geschieht dies durch Elimination des Phasengangs des Sendesignals. Besitzt dieses ein rechteckiges Amplitudenspektrum so entsteht dabei ein sinc-Signal im Zeitbereich.

Die axiale Auflösung hängt auch vom eingesetzten Pulskompressionsfilter ab. In dieser Arbeit hat sich das Wiener-Filter mit eigens entworfenem Fenster und das Mismatched-Filter mit Chebyshev-Fenster als besonders gut erwiesen. Auch die Nebenkeulen, welche bei Pulskompression entstehen, sind bei diesen Empfangsfiltern hinreichend gering.

Platten aus Stahl, Aluminium und Plexiglas wurden mit einem konditionierten Chirpsignal beschallt und das transmittierte Signal aufgezeichnet. Die relevanten Laufzeitunterschiede wurden mit den genannten zwei Empfangsfiltern ausgewertet. Mit diesen Daten konnten die Dicke und die Schallgeschwindigkeit der Proben ermittelt werden.

Die axiale Auflösung reicht aus, um die Dicke von Stahlplatten ab ca. 1,5 mm Dicke mit weniger als 4 % relativer Abweichung zu bestimmen. Dies geschieht vollautomatisch und mit guter Zuverlässigkeit am Rechner. Auch die Schallgeschwindigkeit kann in diesem Fall noch mit einer relativen Abweichung von unter 6 % gemessen werden. Es sei angemerkt, dass die Wellenlänge in Stahl bei der eingesetzten Mittenfrequenz fast doppelt so groß ist als die Dicke der Platte. Bei dickeren Platten ergeben sich deutlich geringere Messabweichungen.

7.2 Ausblick

In dieser Arbeit wurden lediglich Chirpsignale zur Ansteuerung eingesetzt. Komplementäre Phasencodes ermöglichen eine Korrelationsmessung mit theoretisch verschwindenden Nebenkeulen. Da hierfür zwei Messungen im Zeitmultiplex nötig sind, muss die Messstrecke zeitinvariant sein. Bei der Vermessung von Platten ist dies üblicherweise gegeben. Deshalb wären die genannten Codes interessante alternative Ansteuersignale. Zudem könnten vermutlich auch diese konditioniert werden um die Bandbreite der Ultraschallwandler möglichst gut auszunutzen und so die axiale Auflösung zu verbessern.

Bisher wurden lediglich bildgebende Verfahren zur Messung eingesetzt. Diese machen keinerlei Annahmen über die Geometrie des zu vermessenden Prüflings. Dass die Mehrfachreflexionen in der Platte eine konstante Zeitverzögerung besitzen ist wertvolle a-priori Information, welche durch ein solches Verfahren nicht ausgenutzt wird. Deshalb wurde ein parametrisches Signalmodell für die Übertragungsfunktion der Platte aufgestellt. Durch Anpassen der freien Parameter könnte das Messverfahren vermutlich weiter verbessert werden.

Literaturverzeichnis

- [1] KINRA, Vikram K. ; IYER, Vasudevan R.: Ultrasonic measurement of the thickness, phase velocity, density or attenuation of a thin-viscoelastic plate. Part I: the forward problem. In: *Ultrasonics* 33 (1995), Nr. 2, S. 95–109. – ISSN 0041–624X
- [2] HARPUT, S. ; EVANS, T. ; BUBB, N. ; FREEAR, S.: Diagnostic ultrasound tooth imaging using fractional fourier transform. In: *IEEE Transactions on Ultrasonics, Ferroelectrics, and Frequency Control* 58 (2011), Oktober, Nr. 10, S. 2096–2106. – ISSN 0885–3010
- [3] RUPITSCH, S.J. ; GLASER, D. ; LERCH, R.: Simultaneous determination of speed of sound and sample thickness utilizing coded excitation. In: *Ultrasonics Symposium (IUS), 2012 IEEE International*, 2012, S. 711–714
- [4] MISARIDIS, Thanassis ; JENSEN, Jørgen A.: Use of modulated excitation signals in medical ultrasound. Part I: Basic concepts and expected benefits. In: *Ultrasonics, Ferroelectrics, and Frequency Control, IEEE Transactions on* 52 (2005), Nr. 2, S. 177–191
- [5] ZHOU, Zhenggan ; MA, Baoquan ; JIANG, Jingtao ; YU, Guang ; LIU, Kui ; ZHANG, Dongmei ; LIU, Weiping: Application of wavelet filtering and Barker-coded pulse compression hybrid method to air-coupled ultrasonic testing. In: *Nondestructive Testing and Evaluation* 29 (2014), Nr. 4, S. 297–314. – ISSN 1058–9759
- [6] OELZE, M.L.: Bandwidth and resolution enhancement through pulse compression. In: *IEEE Transactions on Ultrasonics, Ferroelectrics, and Frequency Control* 54 (2007), April, Nr. 4, S. 768–781. – ISSN 0885–3010
- [7] RAMAN, R. ; RAO, N.: Pre-enhancement of chirp signal for inverse filtering in medical ultrasound. In: *Proceedings of the 16th Annual International Conference of the IEEE Engineering in Medicine and Biology Society, 1994. Engineering Advances: New Opportunities for Biomedical Engineers*, 1994, S. 676–677 vol.1
- [8] LERCH, Reinhard ; SESSLER, Gerhard M. ; WOLF, Dietrich: *Technische Akustik: Grundlagen und Anwendungen*. 2009. Berlin : Springer, 2009. – ISBN 978–3–540–23430–2
- [9] BLACKSTOCK, David T.: *Fundamentals of Physical Acoustics*. John Wiley & Sons, 2000. – ISBN 978–0–471–31979–5

- [10] OHM, Jens ; LÜKE, Hans D.: *Signalübertragung: Grundlagen der digitalen und analogen Nachrichtenübertragungssysteme*. 12. Springer Vieweg, 2015. – ISBN 978-3-642-53900-8
- [11] BRONSTEIN, Ilja N. ; SEMENDJAJEW, Konstantin A. ; MUSIOL, Gerhard ; MÜHLIG, Heiner: *Taschenbuch der Mathematik*. Harri Deutsch, 2000. – ISBN 978-3-8171-2005-5
- [12] RIHACZEK, A.W.: Radar signal design for target resolution. In: *Proceedings of the IEEE* 53 (1965), Februar, Nr. 2, S. 116–128. – ISSN 0018-9219
- [13] BLAHUT, Richard E. ; MILLER, Willard ; WILCOX, Calvin H.: *Radar and Sonar: Part I*. Springer-Verlag, 1991. – ISBN 978-0-387-97516-0
- [14] COOK, C.E.: Pulse Compression-Key to More Efficient Radar Transmission. In: *Proceedings of the IRE* 48 (1960), März, Nr. 3, S. 310–316. – ISSN 0096-8390
- [15] LÜKE, Hans D.: *Korrelationssignale*. Berlin, Heidelberg : Springer Berlin Heidelberg, 1992. – ISBN 978-3-642-76953-5 978-3-642-76952-8
- [16] CHIAO, R.Y. ; HAO, Xiaohui: Coded excitation for diagnostic ultrasound: a system developer's perspective. In: *IEEE Transactions on Ultrasonics, Ferroelectrics, and Frequency Control* 52 (2005), Februar, Nr. 2, S. 160–170. – ISSN 0885-3010
- [17] MISARIDIS, Thanassis ; JENSEN, Jørgen A.: Use of modulated excitation signals in medical ultrasound. Part II: design and performance for medical imaging applications. In: *Ultrasonics, Ferroelectrics, and Frequency Control, IEEE Transactions on* 52 (2005), Nr. 2, S. 192–207
- [18] COHEN, L.: Time-frequency distributions-a review. In: *Proceedings of the IEEE* 77 (1989), Juli, Nr. 7, S. 941–981. – ISSN 0018-9219
- [19] POLLAKOWSKI, M. ; ERMERT, H. ; BERNUS, L. v. ; SCHMEIDL, T.: The optimum bandwidth of chirp signals in ultrasonic applications. In: *Ultrasonics* 31 (1993), November, Nr. 6, S. 417–420. – ISSN 0041-624X
- [20] OELZE, M.L.: Improved Axial Resolution Using Pre-enhanced Chirps and Pulse Compression. In: *IEEE Ultrasonics Symposium, 2006*, 2006, S. 1083–1086
- [21] OPPENHEIM, Alan V. ; SCHAFER, Ronald W.: *Discrete-Time Signal Processing*. 00003. Upper Saddle River : Addison Wesley Pub Co Inc, 2009. – ISBN 978-0-13-198842-2
- [22] FINK, Michael: *Simultane Ermittlung der Schallgeschwindigkeit und der Schichtdicke dünner Materialschichten mittels Ultraschall*. Erlangen, Germany, FAU Erlangen-Nürnberg, Masterarbeit, Oktober 2013

- [23] LERCH, Reinhard: *Technische Akustik / Akustische Sensoren*. Erlangen, Germany, 2008
- [24] TAKEUCHI, Y.: Chirped excitation for < -100 dB time sidelobe echo sounding. In: , *1995 IEEE Ultrasonics Symposium, 1995. Proceedings* Bd. 2, 1995, S. 1309–1314 vol.2
- [25] LERCH, Reinhard: *Elektrische Messtechnik: Analoge, digitale und computergestützte Verfahren*. 5., neu bearb. Aufl. 2010. Springer, 2010. – ISBN 978–3–642–05454–9
- [26] HASEGAWA, H. ; KAGEYAMA, S. ; KANAI, H.: Improvement of axial spatial resolution of ultrasound image using Wiener filter for measurement of intima-media thickness of carotid artery. In: *Ultrasonics Symposium (IUS), 2013 IEEE International*, 2013, S. 1232–1235
- [27] HONARVAR, Farhang ; SHEIKHZADEH, Hamid ; MOLES, Michael ; SINCLAIR, Anthony N.: Improving the time-resolution and signal-to-noise ratio of ultrasonic NDE signals. In: *Ultrasonics* 41 (2004), Nr. 9, S. 755–763. – ISSN 0041–624X
- [28] XIN, Jianqiang ; BILGUTAY, N.M.: Ultrasonic range resolution enhancement using L1 norm deconvolution. In: *Ultrasonics Symposium, 1993. Proceedings., IEEE 1993*, 1993, S. 711–714 vol.2
- [29] COWELL, D.M.J. ; FREEAR, S.: Separation of overlapping linear frequency modulated (LFM) signals using the fractional fourier transform. In: *IEEE Transactions on Ultrasonics, Ferroelectrics, and Frequency Control* 57 (2010), Oktober, Nr. 10, S. 2324–2333. – ISSN 0885–3010
- [30] ZHANG, Feng ; TAO, Ran ; WANG, Yue: Analysis and Processing for Chirp Pulse with Matched FRFT. In: *2012 Second International Conference on Instrumentation, Measurement, Computer, Communication and Control (IMCCC)*, 2012, S. 5–9
- [31] FUJIWARA, M. ; OKUBO, K. ; TAGAWA, N.: A novel technique for high resolution ultrasound imaging super resolution FM-Chirp correlation Method (SCM). In: *Ultrasonics Symposium (IUS), 2009 IEEE International*, 2009, S. 2390–2393
- [32] FÖLLINGER, Otto ; KONIGORSKI, bearbeitet von U. ; LOHMANN, bearbeitet von B. ; ROPPENECKER, bearbeitet von G. ; TRÄCHTLER, bearbeitet von A.: *Regelungstechnik: Einführung in die Methoden und ihre Anwendung*. 11., völlig neu bearb. Aufl. VDE VERLAG GmbH, 2013. – ISBN 978–3–8007–3231–9
- [33] KINRA, V. K. ; DAYAL, V.: A new technique for ultrasonic-nondestructive evaluation of thin specimens. In: *Experimental Mechanics* 28 (1988), September, Nr. 3, S. 288–297. – ISSN 0014–4851, 1741–2765
- [34] KINRA, Vikram K. ; IYER, Vasudevan R.: Ultrasonic measurement of the thickness, phase velocity, density or attenuation of a thin-viscoelastic plate. Part II: the inverse problem. In: *Ultrasonics* 33 (1995), Nr. 2, S. 111–122. – ISSN 0041–624X

- [35] HSU, David K. ; HUGHES, Michael S.: Simultaneous ultrasonic velocity and sample thickness measurement and application in composites. In: *The Journal of the Acoustical Society of America* 92 (1992), August, Nr. 2, S. 669–675. – ISSN 0001–4966
- [36] ROSE, Joseph L.: *Ultrasonic Waves in Solid Media*. Cambridge University Press, 2004. – ISBN 978–0–521–54889–2

Abbildungsverzeichnis

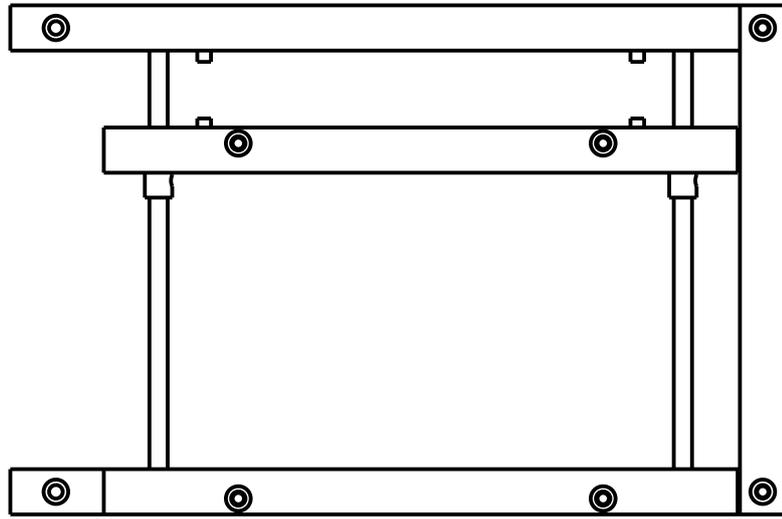
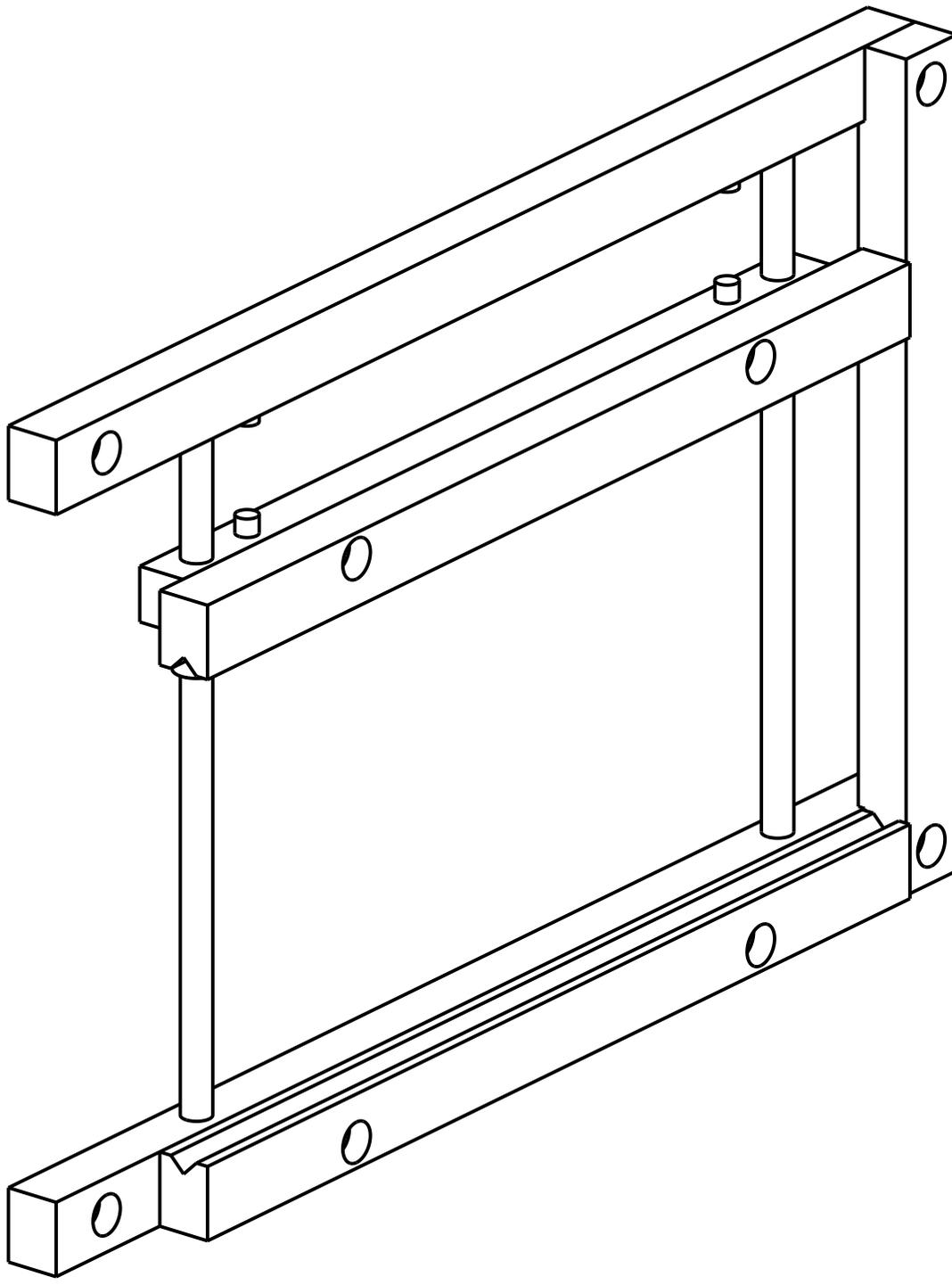
2.1	Messaufbau zur Messung der Plattendicke d und der Schallgeschwindigkeit c in der Platte mittels Ultraschall.	3
2.2	Messprinzip mit Mehrfachreflexionen e_i . Zur Darstellung wurden diese nach unten hin verschoben, dies ist im tatsächlichen Aufbau nicht der Fall. Nur die relevanten Schallstrahlen sind eingezeichnet.	4
3.1	Schallstrahl	6
3.2	Ist der Wandlerdurchmesser X wesentlich größer als die Wellenlänge λ , so stahlt der Wandler stark gerichtet ab. Das Schallfeld kann dann als Schallstrahl approximiert werden.	7
3.3	Reflexion und Transmission eines Schallstrahls an einer Grenzschicht . .	7
3.4	Reflexion und Transmission des Dreischichten-Problems	9
3.5	Bodediagramm des Transmissionsfaktors für eine Stahlplatte in Wasser. .	11
3.6	Lagrange-Diagramm für den Schalldurchgang durch eine Schicht die an zwei unendlich ausgedehnte Medien angrenzt	13
3.7	Impulsantwort einer Stahlplatte in Wasser.	15
3.8	Bodediagramm als FFT der Impulsantwort h einer Stahlplatte in Wasser.	16
3.9	Impulsantwort h_T der verwendeten Wandler	19
3.10	Bodediagramm für piezoelektrische Ultraschallwandler	19
3.11	Einhüllende zweier um ihrer Auflösung $\Delta t_1 = \Delta t_2$ zeitverzögerter Gauß-pulse (Mittenfrequenz 2,4 MHz, Bandbreite 1,64 MHz) und ihre Überlagerung. Die Halbwertsbreite kann als Zeitauflösung Δt_i , bzw. axiale Auflösung $\Delta x_i = c\Delta t_i$ definiert werden.	20
3.12	Modulationsübertragungsfunktion für einen Gaußpuls wie in Abb. 3.11. Der Kehrwert von u_0 kann als axiale Auflösung definiert werden.	21
3.13	Oben: Messaufbau zur Dickenmessung einer Platte. Unten: äquivalente Puls-Echo Anordnung.	22
4.1	äquivalente Strukturbilder des Messaufbaus	23
4.2	Normierte Amplitudenspektren der Platten-Übertragungsfunktion $H(f)$ und zweier Interrogationssignale $G_1(f)$ und $G_2(f)$. Letzteres erfüllt die Bandbreitenanforderung.	25
4.3	Oben: codiertes Sendesignal (Chirp) mit Sendezeit $D = 50 \mu\text{s}$, Bandbreite $B = 1,64 \text{ MHz}$, Mittenfrequenz $f_M = 2,4 \text{ MHz}$ und Tukey-Fenster. Unten: zugehörige Autokorrelierte und ihre Einhüllende. Letztere ist der „komprimierte Puls“. Beachte, dass die Zeitskalen unterschiedlich sind.	28

4.4	Links: Chirp-Signal (zeitverschoben) mit Mittenfrequenz $f_M = 100$ kHz und Bandbreite $B = 160$ kHz (160 %). Rechts: zugehörige Momentanfrequenz f_i	30
4.5	Amplitudenspektrum eines Chirpsignals der Mittenfrequenz $f_M = 1$ MHz und 70 % Bandbreite. Die Energie des Signals konzentriert sich auf die Frequenzen $f_M - B/2$ bis $f_M + B/2$, wie das entsprechende Rechteckspektrum zeigt.	31
4.6	Oben: Chirpsignal mit $f_M = 2,4$ MHz, $B_s = 3,0$ MHz, $D = 60$ μ s und einem Tukey-Fenster. Unten: zugehöriges Interrogationssignal g für einen Wandler mit $f_{TM} = 2,44$ MHz und $B_T = 1,3$ MHz nach Abb. 3.10	32
4.7	Amplitudenspektrum des Chirpsignals und des zugehörigen Interrogationssignals nach Abb. 4.6. Die Amplituden sind auf ihr Maximum normiert.	33
4.8	Zwei Faltungsäquivalente Paare von Wandler-Impulsantworten und Ansteuersignalen	34
4.9	Oben: Ansteuersignal für konditionierten Wandler h_c . Dieses ist ein Chirpsignal mit $f_M = 2,4$ MHz, $B_s = 3,0$ MHz, $D = 60$ μ s und ein Tukey-Fenster. Unten: faltungsäquivalentes, für den realen Wandler h_T konditioniertes Ansteuersignal s_c	36
4.10	Zu den Sendesignalen von Abb. 4.9 zugehörige Interrogationssignale. Oben: des nicht konditionierter Chirps, Unten: des konditionierten Chirps.	37
4.11	Energiedichtespektra der beiden Interrogationssignale aus Abb. 4.10. Das Interrogationssignal des konditionierten Chirps besitzt fast die doppelte -6 dB-Bandbreite.	37
4.12	Die Impulsantwort des erwünschten, konditionierten Wandlers entsteht durch Fensterung der realen Impulsantwort. Die verwendete Fensterfunktion ist ein Hanning-Fenster.	39
4.13	Amplitudengang der Wandlerübertragungsfunktionen. Die -6 dB-Bandbreite des realen Wandlers ist $B_T = 1,31$ MHz, die des konditionierten Wandlers ist mit $B_c = 2,29$ MHz deutlich höher.	39
4.14	Momentanfrequenzen f_i von fünf überlagerten Chirpsignalen. Jede Gerade stellt die Momentanfrequenz eines Chirps dar. Der Abstand zwischen den Momentanfrequenzen ist konstant Δf_i	41
4.15	Einhüllende der überlagerten Chirpsignale als exakte Lösung und als analytische Näherung nach Gl. (4.38). Die Näherung bildet nur die fundamentale Periodizität richtig ab.	42
5.1	Ausschnitt aus der normierten Autokorrelationsfunktion eines Chirpsignals mit $f_M = 2,4$ MHz, $B = 55$ % und rechteckiger Amplitudenmodulation $a(t)$	53
5.2	Oben: Pulskompressionssignal für ein Mismatched-Filter mit Hanning Fenster. Unten: Pulskompressionssignal für ein Mismatched-Filter mit Dolph-Chebyshev Fenster für einen Nebenkeulenpegel von -30 dB. Die Fensterung mit dem Dolph-Chebyshev Fenster weist eine deutlich schmalere Hauptkeule auf.	55

5.3	Padé-Approximation der Plattenübertragungsfunktion $\tilde{H}(f)$ für Ordnung 8, 10 und 15; sowie tatsächliche Übertragungsfunktion $H(f)$ für eine Stahlplatte	63
5.4	Fehler \bar{F}_{env} in Abhängigkeit der Dicke d und der Schallgeschwindigkeit c	65
5.5	Einhüllende des Empfangssignals in Abhängigkeit der Plattendicke d . . .	67
5.6	Einhüllende des Empfangssignals in Abhängigkeit der Schallgeschwindigkeit c	67
6.1	Schema des Messaufbaus	68
6.2	Messstand zur Bestimmung der Dicke und Schallgeschwindigkeit von Platten	69
6.3	CAD-Modell der Plattenhalterung	70
6.4	Sendsignale: Chirpsignal s ohne Amplitudenmodulation und konditioniertes Chirpsignal s_c , beide mit Mittenfrequenz $F_M = 2,3$ MHz, Bandbreite $B = 2,76$ MHz, Dauer $D = 150$ μs , Zeit-Bandbreite-Produkt $DB = 414$. Darunter jeweils das zugehörige Interrogationssignal.	71
6.5	Bildgebende Signale für die Ansteuersignale aus Abb. 6.4 und einem Puls	72
6.6	Kompressionssignal zwei unterschiedlicher Mismatched-Filter für das konditionierte Chirpsignal. Das signalangepasste Filter mit nicht-konditionierter Chirp dient zur Referenz (in grau). Die Mismatched-Filter werden auf den nicht-konditionierten Chirp angepasst mit zusätzlicher Fensterung wie angegeben.	73
6.7	Das Wiener-Filter im Vergleich. Ansteuersignal: konditionierter Chirp. Die signalangepassten Filter dienen der Referenz (in grau).	74
6.8	Vergleich der axialen Auflösung unterschiedlicher Sendsignale und Empfangsfilter. Die rote Linie markiert die Auflösung bei Ansteuerung mit einem Puls.	75
6.9	Oben: konditionierter Chirp als Ansteuersignal. Unten: empfangenes Signal für eine 3 mm dicke Stahlplatte. Die überlagerten Mehrfachreflexionen ergeben eine Schwebung.	76
6.10	Komprimierte Signalformen für drei verschieden dicke Stahlplatten. Kompressionsfilter: Wiener-Filter mit Fensterung nach Gl. (6.6) und Mismatched-Filter mit Chebyshev-Fenster (-50 dB).	76
6.11	Gemessene Zeitverzögerung T für Platten aus Stahl. Sendsignal: konditionierter Chirp. Kompressionsfilter: Wiener-Filter mit Fensterung und Mismatched-Filter mit Chebyshev Fenster. Die roten Linien stellen die berechneten Referenzwerte $T_{\text{ref}} = 2d_{\text{ref}}/c_{\text{ref}}$ dar. Über den Balken ist die relative Abweichung hierzu angegeben.	77
6.12	Gemessene Dicke d von Platten aus Stahl. Die roten Linien markieren die mittels Messschraube bestimmten Referenzwerte. Über den Balken ist die relative Abweichung hierzu angegeben.	78
6.13	Gemessene Schallgeschwindigkeit c in Platten aus Stahl. Die rote Linie markiert den aus der Literatur entnommenen Referenzwert [36, S. 44]. Über den Balken ist die relative Abweichung hierzu angegeben.	79

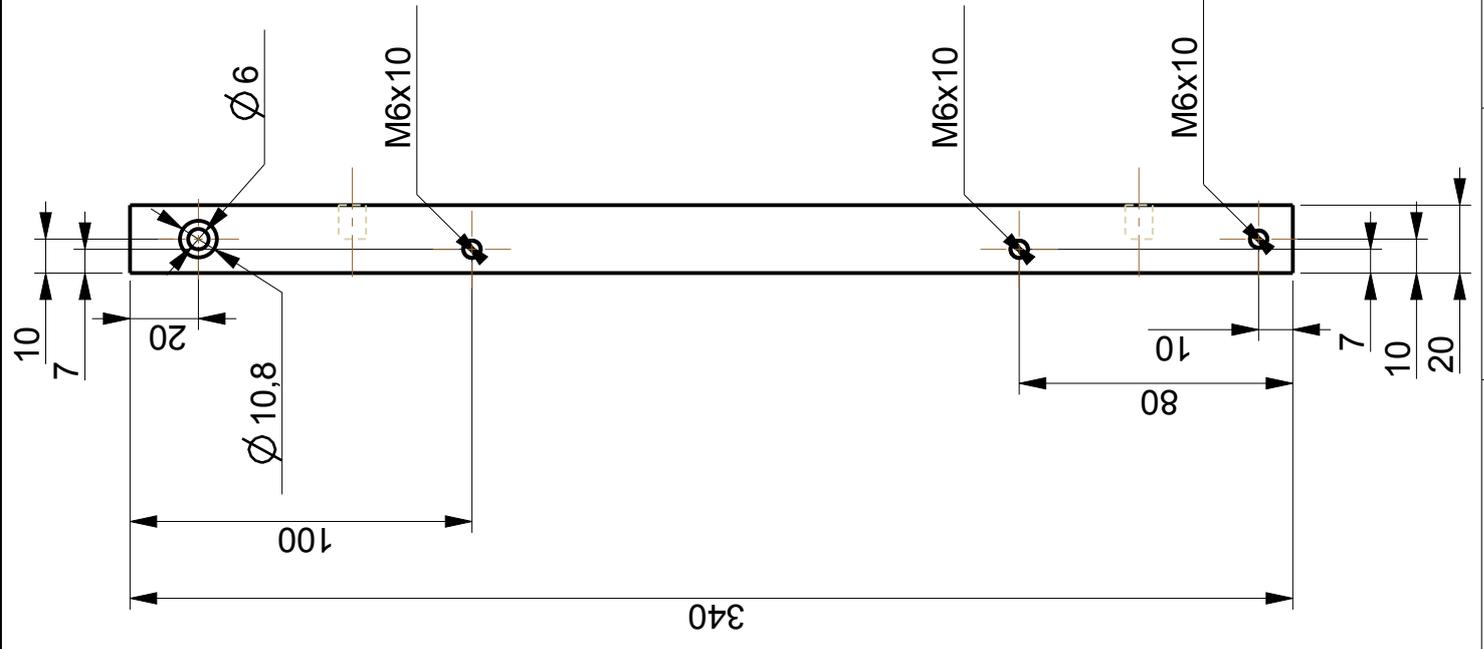
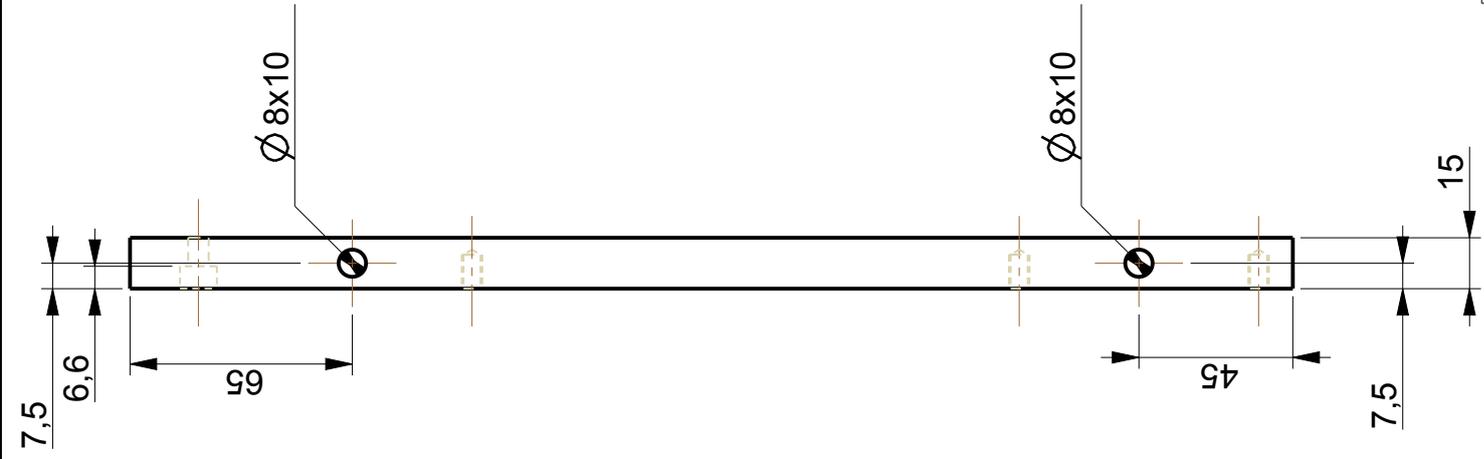
6.14	Gemessene Dicke d von Platten aus Aluminium und PMMA (Plexiglas). Die roten Linien markieren die mittels Messschraube bestimmten Referenzwerte. Über den Balken ist die relative Abweichung hierzu angegeben.	79
6.15	Gemessene Schallgeschwindigkeit c in Platten aus Aluminium und PMMA (Plexiglas). Die rote Linie markiert den aus der Literatur entnommenen Referenzwert [36, S. 44]. Über den Balken ist die relative Abweichung hierzu angegeben.	80

Anlagen



MASSSTAB 0,300

Name	Daniel Kiefer	Zusammenstellungs-	Maßstab	0,600
	Michael Fink		Datum	25.11.2015
			Blatt Nr	1



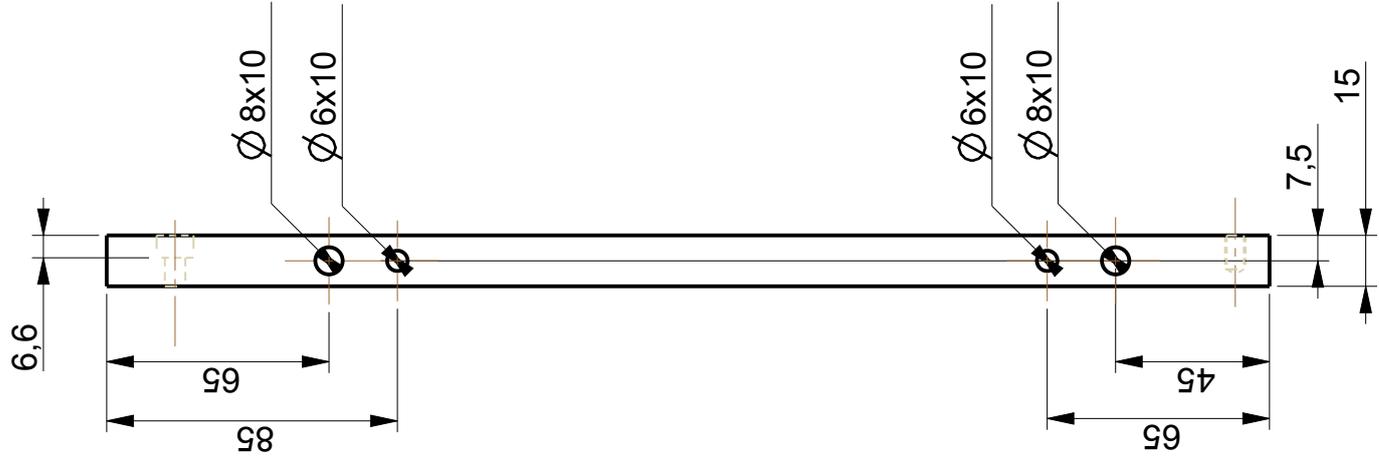
Name

Daniel Kiefer
Michael Fink

PVC

Maßstab
Datum
Blatt Nr

0,450
25.11.2015
1



Name

Daniel Kiefer

Michael Fink

PVC

Maßstab

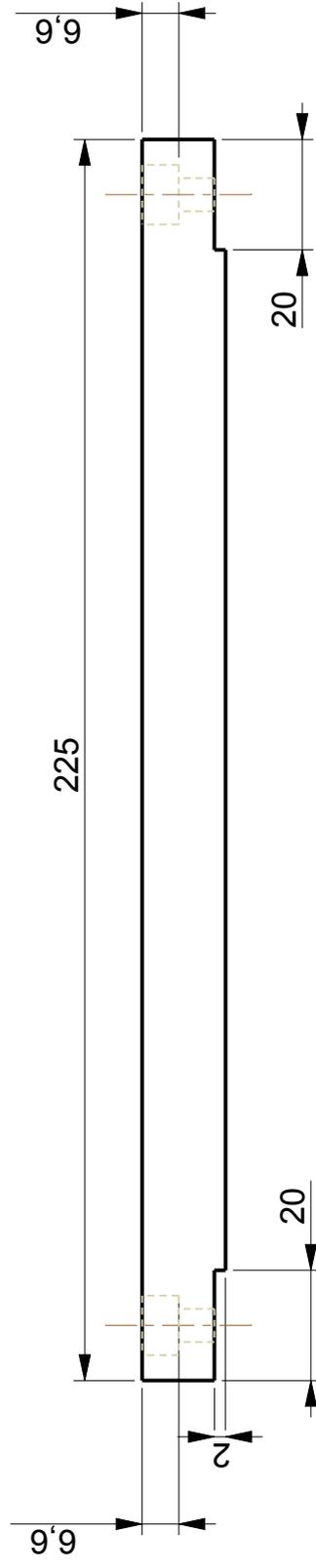
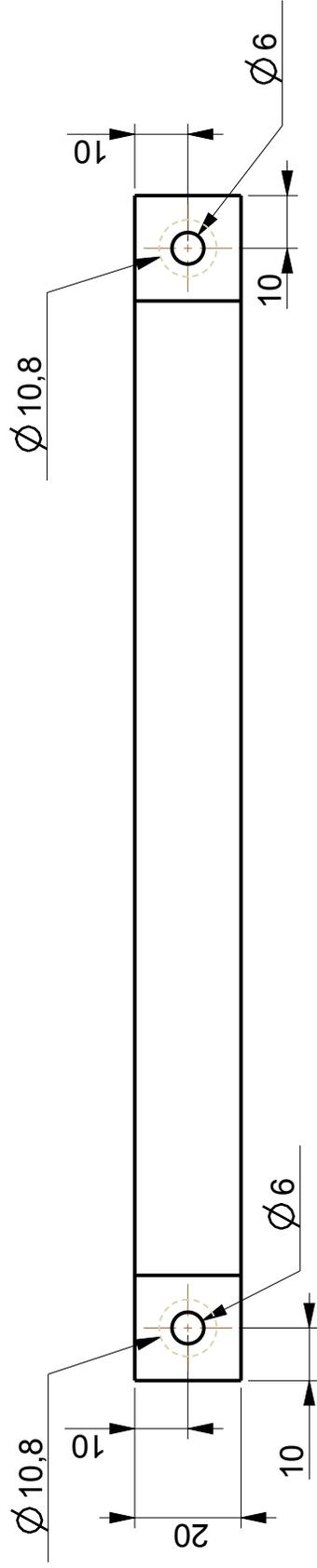
0,450

Datum

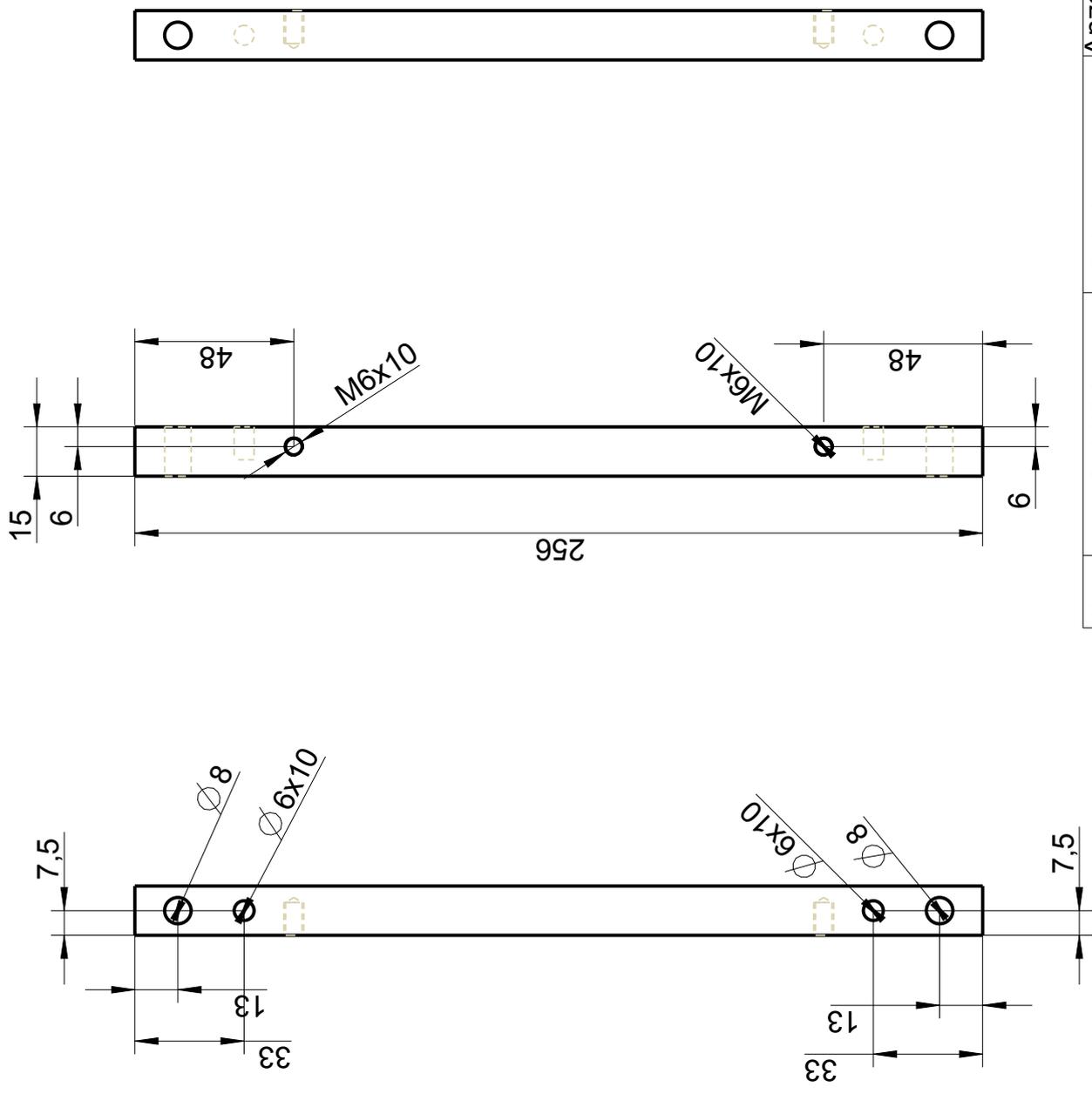
25.11.2015

Blatt Nr

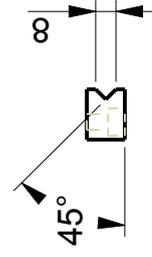
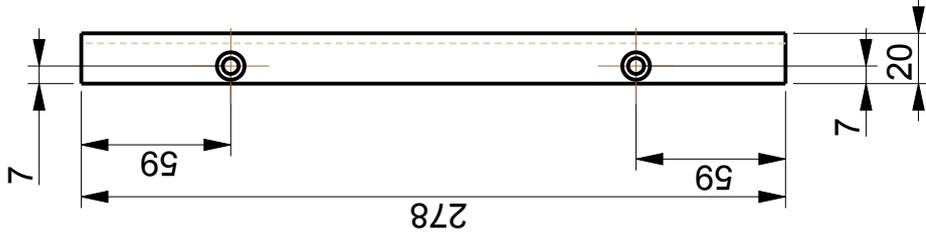
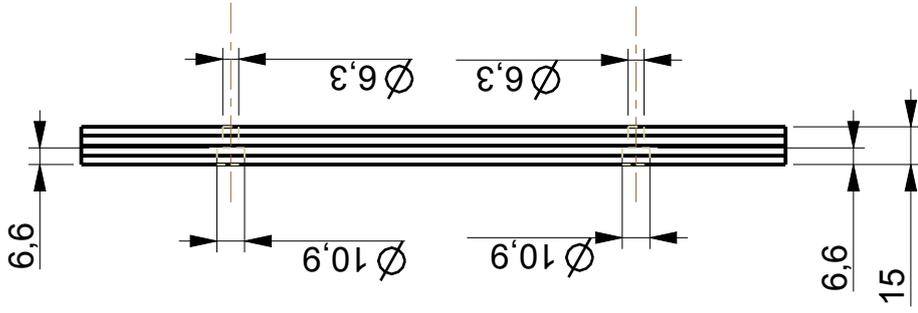
1



Name	Daniel Kiefer	Maßstab	0,750
	Michael Fink	Datum	25.11.2015
		Blatt Nr	1
			PVC



Name	Daniel Kiefer	Projektionsmethode 1	Anzahl: 1	Maßstab	1:2
	Michael Fink		PVC	Datum	20.11.2015
				Blatt Nr	1



Name

Daniel Kiefer
Michael Fink

Anzahl: 2
PVC

Maßstab

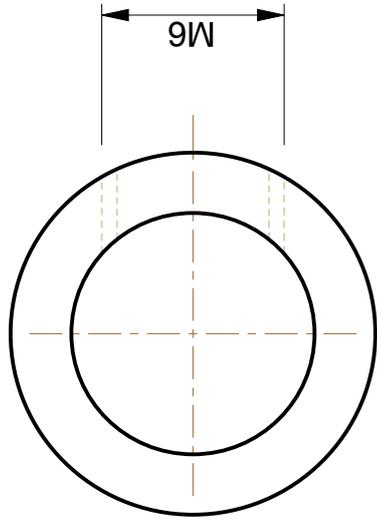
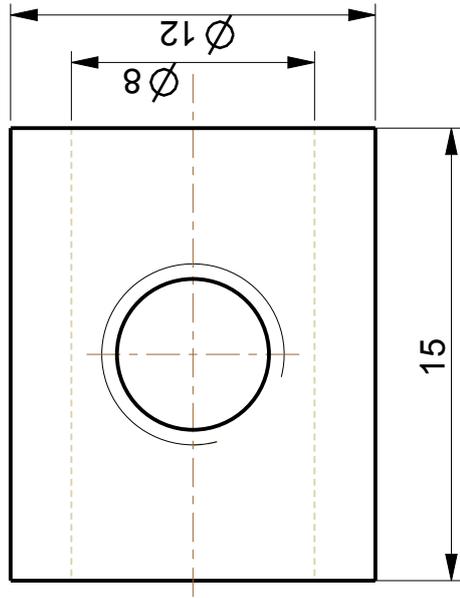
0,333

Datum

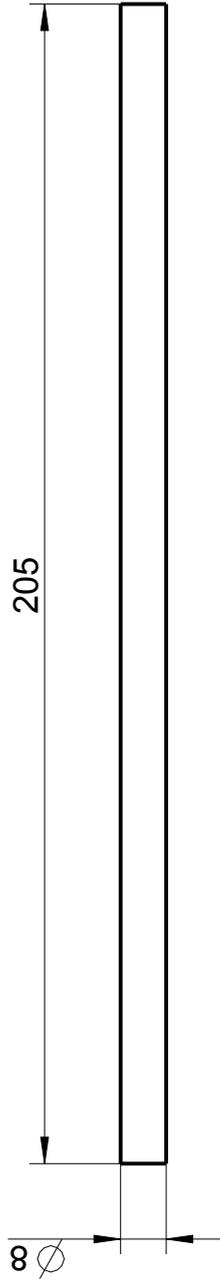
20.11.2015

Blatt Nr

1



Name	Daniel Kiefer	Anzahl: 2	Maßstab	4,000
	Michael Fink	PVC	Datum	20.11.2015
			Blatt Nr	1



Name	Daniel Kiefer	Anzahl: 2 VA	Maßstab	4:5
	Michael Fink		Datum	20.11.2015
			Blatt Nr	1